

## FUNKCJE

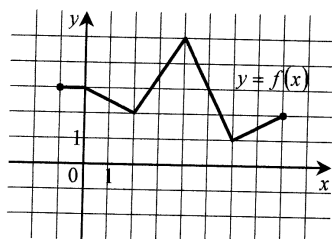
Maturzysta:

1. określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego
2. oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość
3. zna pojęcia: argument, dziedzina, wartość funkcji, miejsce zerowe funkcji, zbiór wartości funkcji
4. określa dziedzinę funkcji określonej wzorem
5. zaznacza punkty należące do wykresu funkcji
6. odczytuje z wykresu funkcji: wartość funkcji dla danego argumentu, argument dla danej wartości funkcji, dla jakich argumentów funkcja przyjmuje wartości dodatnie, dla jakich ujemne, a dla jakich zero
7. odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, jest stała, punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą

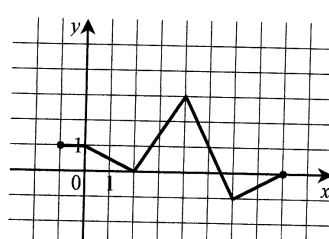
na podstawie danego wykresu funkcji  $y = f(x)$  sporządza wykresy funkcji:  $y = f(x) + q$ ,  
 $y = f(x) - q$ ,  $y = f(x - p)$ ,  $y = f(x + p)$ ,  $y = -f(x)$ ,  $y = f(-x)$

### Zadanie 1.

Na rysunku 1. jest przedstawiony wykres funkcji  $y = f(x)$ .



rys. 1



rys. 2

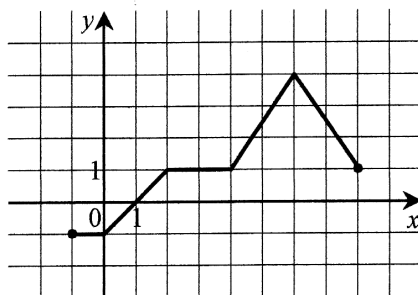
Funkcja przedstawiona na rysunku 2. jest określona wzorem:

- A.**  $y = f(x) + 2$       **B.**  $y = f(x) - 2$       **C.**  $y = f(x - 2)$       **D.**  $y = f(x + 2)$ .

### Zadanie 2.

Dana jest funkcja  $y = f(x)$  określona dla  $x \in \langle -1; 8 \rangle$ , której wykres jest przedstawiony na rysunku.

Wskaż zbiór wartości tej funkcji:



- A.**  $\{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$       **B.**  $(-1; 4)$   
**C.**  $\langle -1; 4 \rangle$       **D.**  $\langle -1; 8 \rangle$ .

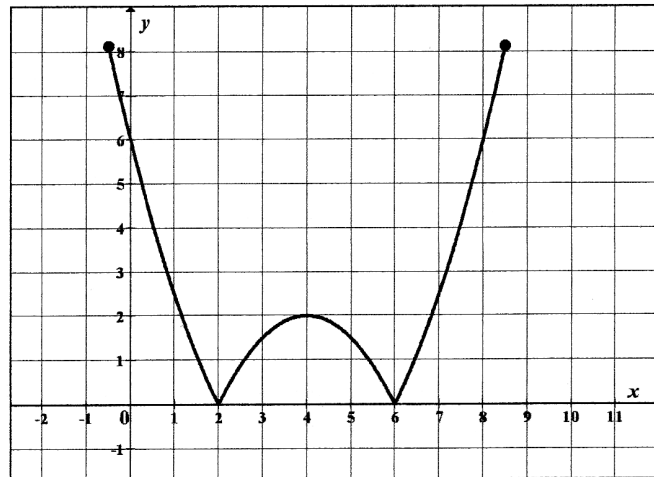
### Zadanie 3.

Do wykresu funkcji  $f(x) = 2x^3 - 4x^2 + 2x - 5$  należy punkt o współrzędnych:

- A.**  $(-1, -9)$       **B.**  $(-1, -5)$       **C.**  $(-1, -10)$       **D.**  $(-1, -13)$ .

Zadanie 4.

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji  $y = f(x)$ .

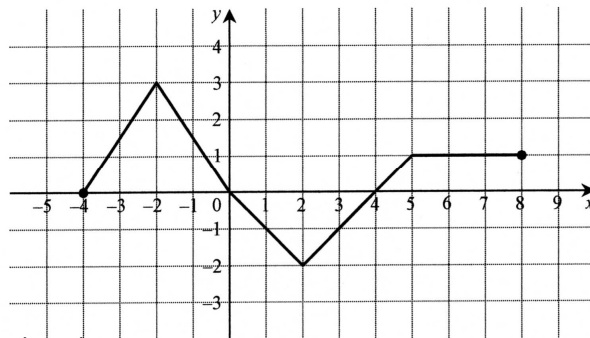


Które równanie ma dokładnie trzy rozwiązania?

- A.  $f(x)=0$       B.  $f(x)=1$       C.  $f(x)=2$       D.  $f(x)=3$ .

Zadanie 5.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $f$ .

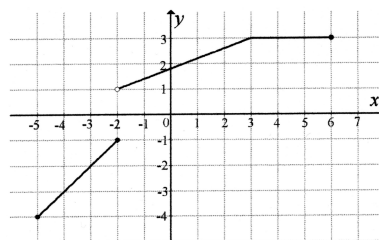


Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) zbiór wartości funkcji  $f$ ,  
b) przedział maksymalnej długości, w którym funkcja  $f$  jest malejąca.

Zadanie 6.

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji  $y = f(x)$ .



Zbiorem wartości tej funkcji jest:

- A.  $\langle -4; 3 \rangle$       B.  $\langle -4; -1 \rangle \cup \langle 1; 3 \rangle$       C.  $\langle -4; -1 \rangle \cup \langle 1; 3 \rangle$       D.  $\langle -5; 6 \rangle$ .

Zadanie 7.

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{2x-b}{x-9}$ , a  $f(14) = 5$ . Oblicz współczynnik  $b$ .

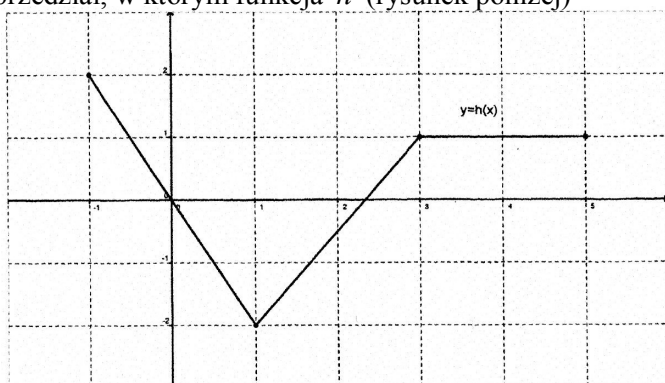
Zadanie 8.

Liczba 3 **nie należy** do dziedziny funkcji:

- A.  $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 6x + 9}$       B.  $h(x) = -\frac{x - 3}{x^2 - 6x + 9}$   
C.  $p(x) = \frac{x^2 - 9}{x^2 + 9}$       D.  $s(x) = \frac{x^2 - 9}{x + 3}$ .

Zadanie 9.

Maksymalny przedział, w którym funkcja  $h$  (rysunek poniżej)



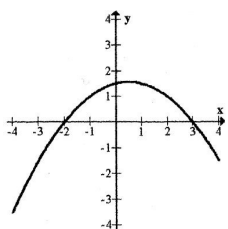
jest rosnąca, to:

- A.  $\langle -1; 1 \rangle$                       B.  $\langle -1; 3 \rangle$                       C.  $\langle 1; 3 \rangle$                       D.  $\langle 1; 5 \rangle$ .

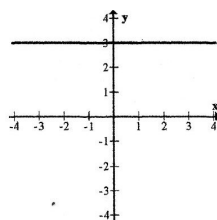
Zadanie 10.

Wskaż wykres funkcji, która w przedziale  $\langle -4; 4 \rangle$  ma dokładnie jedno miejsce zerowe.

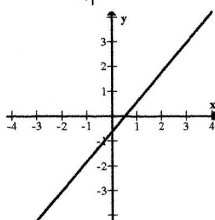
A.



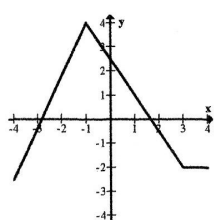
B.



C.



D.



Zadanie 11.

Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej większej od 1 jej największy dzielnik będący liczbą pierwszą. Spośród liczb:  $f(42)$ ,  $f(44)$ ,  $f(45)$ ,  $f(48)$  największa to:

- A.  $f(42)$                       B.  $f(44)$                       C.  $f(45)$                       D.  $f(48)$ .

Zadanie 12.

Wiadomo, że dziedziną funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{x-7}{2x+a}$  jest zbiór  $(-\infty; 2) \cup (2; +\infty)$ .

Wówczas:

- A.  $a = 2$                       B.  $a = -2$                       C.  $a = 4$                       D.  $a = -4$ .

Zadanie 13.

Funkcja  $f$ , określona dla wszystkich liczb całkowitych dodatnich, przyporządkowuje liczbie  $x$  ostatnią cyfrę jej kwadratu. Zbiór wartości funkcji  $f$  zawiera dokładnie:

- A. 5 elementów                      B. 6 elementów                      C. 9 elementów                      D. 10 elementów.

Zadanie 14.

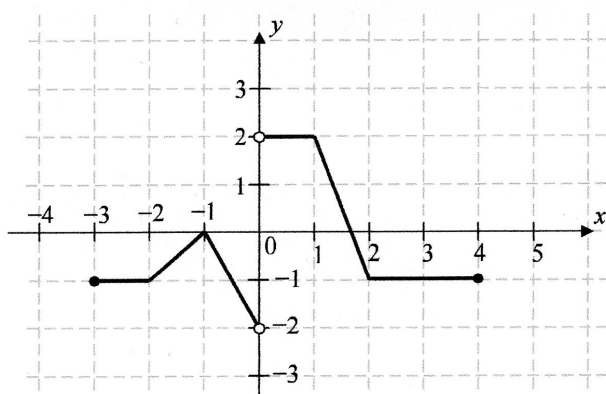
Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{2x-8}{x}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 0$ . Wówczas

wartość funkcji  $f(\sqrt{2})$  jest równa:

- A.  $2 - 4\sqrt{2}$                       B.  $1 - 2\sqrt{2}$                       C.  $1 + 2\sqrt{2}$                       D.  $2 + 4\sqrt{2}$ .

Zadanie 15.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $f$ .

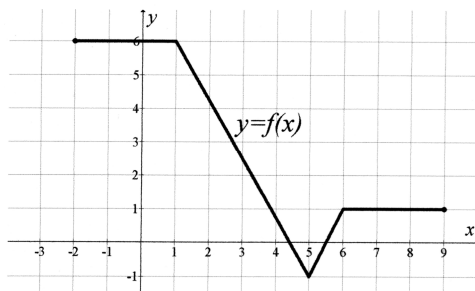


Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest:

- A.  $(-2; 2)$       B.  $\langle -2; 2 \rangle$       C.  $\langle -2; 2 \rangle$       D.  $(-2; 2)$ .

Zadanie 16.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $f$ .



Funkcja  $f$  jest rosnąca w przedziale:

- A.  $\langle -1; 1 \rangle$       B.  $\langle 1; 5 \rangle$       C.  $\langle 5; 6 \rangle$       D.  $\langle 6; 8 \rangle$ .

Zadanie 17.

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{2x-8}{x}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 0$ . Wówczas wartość funkcji  $f(\sqrt{2})$  jest równa:

- A.  $2 - 4\sqrt{2}$       B.  $1 - 2\sqrt{2}$       C.  $1 + 2\sqrt{2}$       D.  $2 + 4\sqrt{2}$ .

Zadanie 18.

Wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji kwadratowej  $y = f(x)$  ma współrzędne  $(2, 2)$ .

Wówczas wierzchołek paraboli będącej wykresem funkcji  $g(x) = f(x+2)$  ma współrzędne:

- A.  $(4, 2)$       B.  $(0, 2)$       C.  $(2, 0)$       D.  $(2, 4)$ .

Zadanie 19.

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{2x^3}{x^6 + 1}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wtedy  $f(-\sqrt[3]{3})$  jest równa:

- A.  $-\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$       B.  $-\frac{3}{5}$       C.  $\frac{3}{5}$       D.  $\frac{\sqrt[3]{3}}{2}$ .

Zadanie 20.

Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej dwucyfrowej kwadrat sumy cyfr tej liczby. Wówczas:

- A.  $f(41) = 17$       B.  $f(41) = 25$       C.  $f(41) = 1601$       D.  $f(41) = 1681$ .

Zadanie 21.

Funkcja  $f$  określona jest wzorem  $f(x) = \frac{2x^3}{x^4 + 1}$  dla każdej liczby rzeczywistej  $x$ . Wtedy liczba  $f(-\sqrt{2})$  jest równa:

- A.  $-\frac{8}{5}$       B.  $-\frac{4\sqrt{2}}{3}$       C.  $-\frac{4\sqrt{2}}{5}$       D.  $-\frac{4}{3}$ .

Zadanie 22.

Wykres funkcji  $f$  określonej dla każdej liczby rzeczywistej  $x \neq 0$  wzorem  $f(x) = \frac{1}{x}$  przesunięto wzdłuż osi  $Ox$  o 2 jednostki w lewo i otrzymano wykres funkcji  $g$ . Wzór funkcji  $g$  można zapisać w postaci:

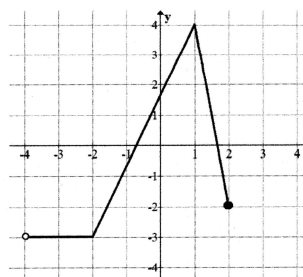
- A.  $g(x) = \frac{1}{x+2}$       B.  $g(x) = \frac{1}{x-2}$       C.  $g(x) = \frac{1}{x} + 2$       D.  $g(x) = \frac{1}{x} - 2$ .

Zadanie 23.

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji  $y = f(x)$ .

Dziedziną funkcji  $y = f(-x)$  jest:

- A.  $\langle 3; 4 \rangle$       B.  $\langle -4; 2 \rangle$   
C.  $\langle -2; 4 \rangle$       D.  $\langle -4; 3 \rangle$ .



Zadanie 24.

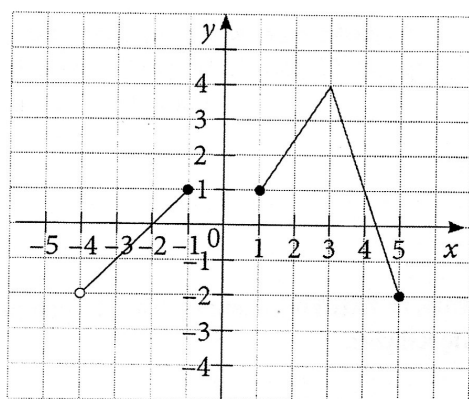
Dziedziną funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4x}$  jest zbiór:

- A.  $R \setminus \{-4\}$       B.  $R \setminus \{4\}$       C.  $R \setminus \{-4, 0\}$       D.  $R \setminus \{0, 4\}$ .

Zadanie 25.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $y = f(x)$ .

- a) Odczytaj dziedzinę funkcji.  
b) Podaj wszystkie argumenty, dla których wartością funkcji jest 1.



Zadanie 26.

Wzór funkcji, której wykres powstaje przez przesunięcie równoległe wzdłuż osi  $Oy$  wykresu funkcji  $f(x) = 3^x$  o 4 jednostki w dół, to:

- A.  $y = 3^x - 4$       B.  $y = 3^x + 4$       C.  $y = 3^{x-4}$       D.  $y = 3^{x+4}$ .

Zadanie 27.

Dla jakich wartości  $k$  wykresy funkcji  $f(x) = 2^{x+2}$  oraz  $g(x) = \frac{3x-k}{4+x}$  przecinają oś rzędnych w tym samym punkcie?

Zadanie 28.

Funkcja  $f$ , określona na zbiorze liczb całkowitych, przyporządkowuje każdemu argumentowi liczbę o 3 większą od połowy jego kwadratu. Prawdziwa jest równość:

- A.  $f(-4) = -5$       B.  $f(-4) = 8$       C.  $f(-4) = 11$       D.  $f(-4) = 16$ .

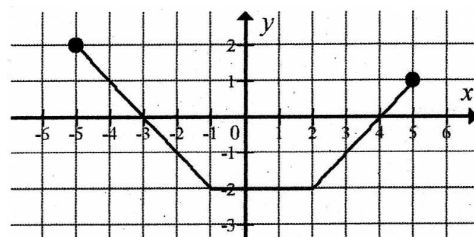
Zadanie 29.

Dziedziną funkcji  $f$  jest przedział  $(-2; 4)$ . Zatem dziedziną funkcji  $g(x) = f(x+3)$  jest przedział:

- A.  $(-5; 1)$       B.  $(-2; 4)$       C.  $(1; 7)$       D.  $(-4; 2)$ .

Zadanie 30.

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji  $f$ .



Wartość wyrażenia  $f\left(-\frac{3}{2}\right) \cdot f(\sqrt{2})$  jest liczbą z przedziału:

- A.  $(-5; -2)$       B.  $(-2; 0)$       C.  $(0; 2)$       D.  $(2; 5)$ .

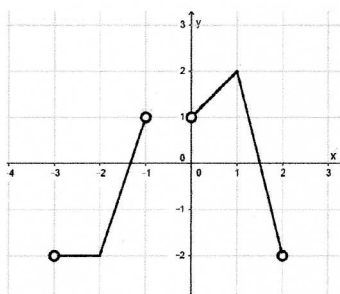
Zadanie 31.

Dziedziną funkcji  $f(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x-2}} + \frac{2-x}{x}$  jest:

- A.  $x \neq 2$       B.  $x > 2$       C.  $x \neq 0$       D.  $x \in R$ .

Zadanie 32.

Zbiorem wartości funkcji, której wykres przedstawiono na rysunku jest:



- A.  $\langle -2; 2 \rangle$       B.  $(-2; 2)$       C.  $\langle -2; 2 \rangle$       D.  $(-2; 2)$ .

Zadanie 33.

Ile jest wszystkich liczb naturalnych, które należą do dziedziny funkcji  $f(x) = \sqrt{4-2x}$ ?

- A. 1      B. 2      C. 3      D. nieskończenie wiele.

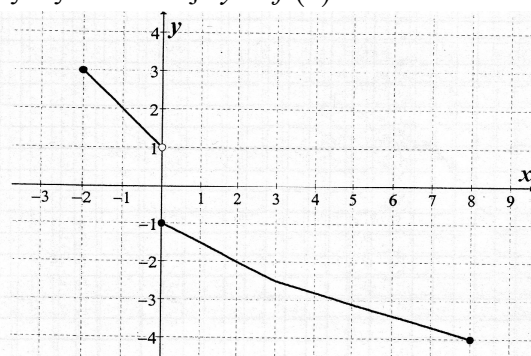
Zadanie 34.

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{2x-b}{x-9}$  dla  $x \neq 9$ . Ponadto wiemy, że  $f(4) = 1$ .

Oblicz współczynnik  $b$ .

Zadanie 35.

Na rysunku jest przedstawiony wykres funkcji  $y = f(x)$ .

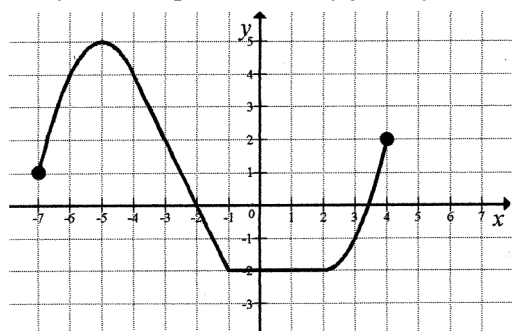


Zbiorem wartości tej funkcji jest:

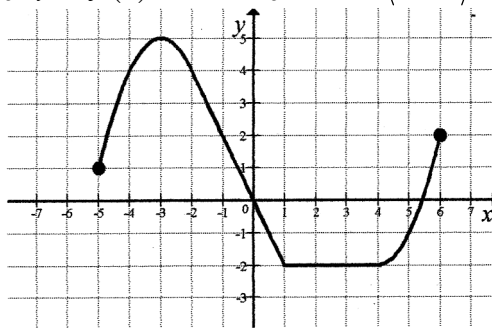
- A.  $\langle -4; 3 \rangle$       B.  $\langle -4; -1 \rangle \cup \langle 1; 3 \rangle$       C.  $\langle -4; -1 \rangle \cup (1; 3)$       D.  $\langle -5; 6 \rangle$ .

Zadanie 36.

Na rysunku 1 przedstawiony jest wykres funkcji  $y = f(x)$  określonej dla  $x \in \langle -7; 4 \rangle$ .



Rys. 1



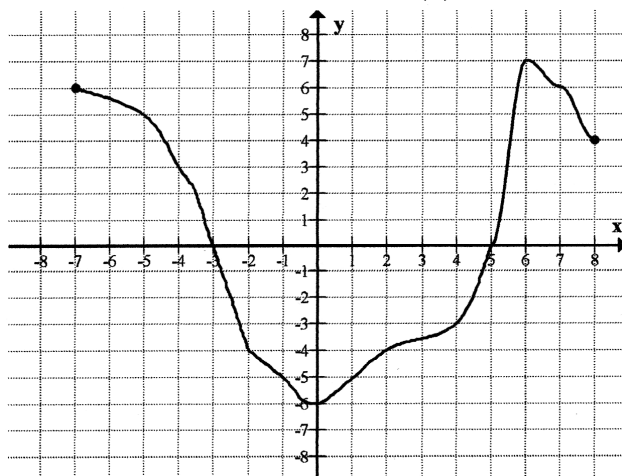
Rys. 2

Rysunek 2 przedstawia wykres funkcji:

- A.  $y = f(x+2)$       B.  $y = f(x)-2$       C.  $y = f(x-2)$       D.  $y = f(x)+2$ .

Zadanie 37.

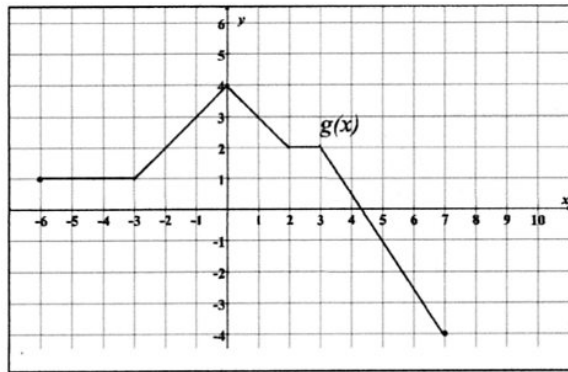
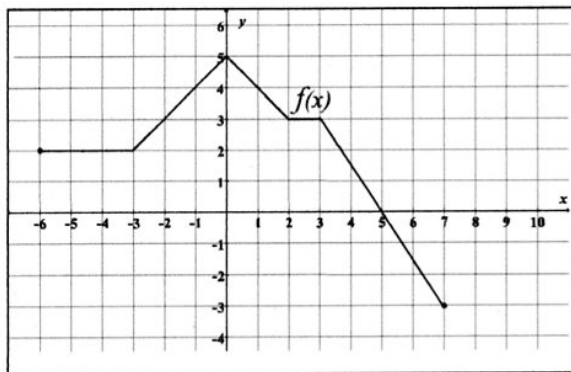
Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji  $f(x)$  określonej dla  $x \in \langle -7; 8 \rangle$ .



Odczytaj z wykresu i zapisz:

- a) największą wartość funkcji  $f$ ,  
b) zbiór rozwiązań nierówności  $f(x) < 0$ .

W zadaniach 38., 39. i 40. wykorzystaj przedstawione poniżej wykresy funkcji  $f$  i  $g$ .



Zadanie 38.

Zbiorem wartości funkcji  $f$ , której wykres przedstawiono na rysunku poniżej jest przedział:

- A.  $\langle -3;5 \rangle$       B.  $\langle -6;7 \rangle$       C.  $\langle 0;6 \rangle$       D.  $\langle -5;8 \rangle$ .

Zadanie 39.

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji  $f$ .

Przedziałem, w którym funkcja  $f$  przyjmuje tylko wartości ujemne, jest:

- A.  $\langle -5;0 \rangle$       B.  $(5;7)$       C.  $(0;7)$       D.  $\langle -6;5 \rangle$ .

Zadanie 40.

Funkcja  $g$  jest określona wzorem:

- A.  $g(x) = f(x-1)$       B.  $g(x) = f(x)-1$       C.  $g(x) = f(x+1)$       D.  $g(x) = f(x)+1$ .

Zadanie 41.

Funkcja  $f$  jest określona wzorem  $f(x) = \frac{2x}{x-1}$  dla  $x \neq 1$ . Wartość funkcji  $f$  dla argumentu  $x = 2$  jest równa:

- A. 2      B. -4      C. 4      D. -2.

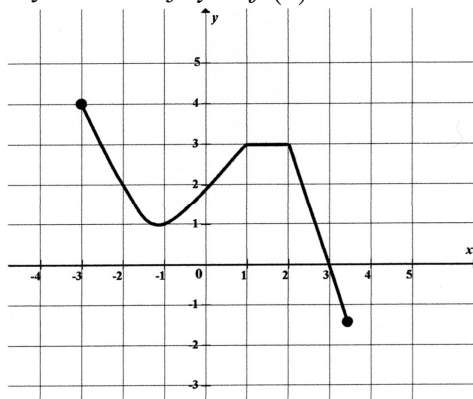
Zadanie 42.

Do wykresu funkcji, określonej dla wszystkich liczb rzeczywistych wzorem  $y = -2^{x-2}$ , należy punkt:

- A.  $A = (1, -2)$       B.  $B = (2, -1)$       C.  $C = \left(1, \frac{1}{2}\right)$       D.  $D = (4, 4)$ .

Zadanie 43.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $y = f(x)$ .

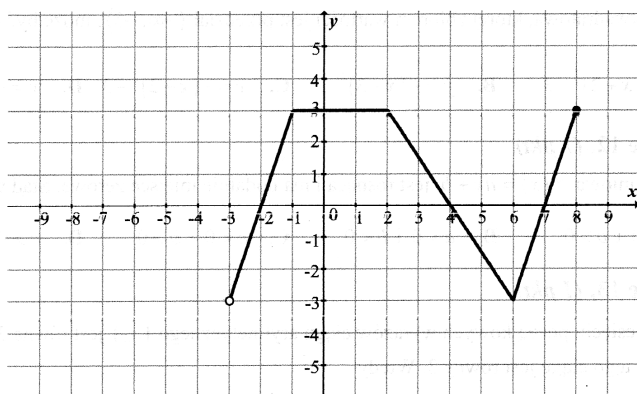


Największa wartość funkcji  $f$  w przedziale  $\langle -1;1 \rangle$  jest równa:

- A. 4      B. 3      C. 2      D. 1.



W zadaniach 44. i 45. wykorzystaj przedstawiony poniżej wykres funkcji  $f$ .



Zadanie 44.

Dziedziną funkcji  $f$  jest przedział:

- A.  $\langle 0; 3 \rangle$       B.  $(0; 8)$       C.  $\langle -3; 3 \rangle$       D.  $(-3; 8)$ .

Zadanie 45.

Największą wartością funkcji  $f$  jest:

- A. 3      B. 0      C. -3      D. 8.

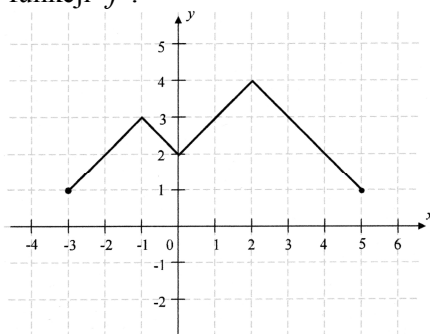
Zadanie 46.

Dziedziną funkcji  $f$  określonej wzorem  $f(x) = \frac{x+4}{x^2-4x}$  może być zbiór:

- A.  $R \setminus \{0, 4\}$       B.  $R \setminus \{-4, 4\}$       C.  $R \setminus \{-4, 0\}$       D.  $R$ .

Zadanie 47.

Na rysunku przedstawiono wykres funkcji  $f$ .



Funkcja  $h$  określona jest dla  $x \in \langle -3; 5 \rangle$  wzorem  $h(x) = f(x) + q$ , gdzie  $q$  jest pewną liczbą rzeczywistą. Wiemy, że jednym z miejsc zerowych funkcji  $h$  jest liczba  $x_0 = -1$ .

- a) Wyznacz  $q$ .  
b) Podaj wszystkie pozostałe miejsca zerowe funkcji  $h$ .

Zadanie 48.

Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie rzeczywistej podwojony kwadrat tej liczby pomniejszony o 3. Wzór tej funkcji ma postać:

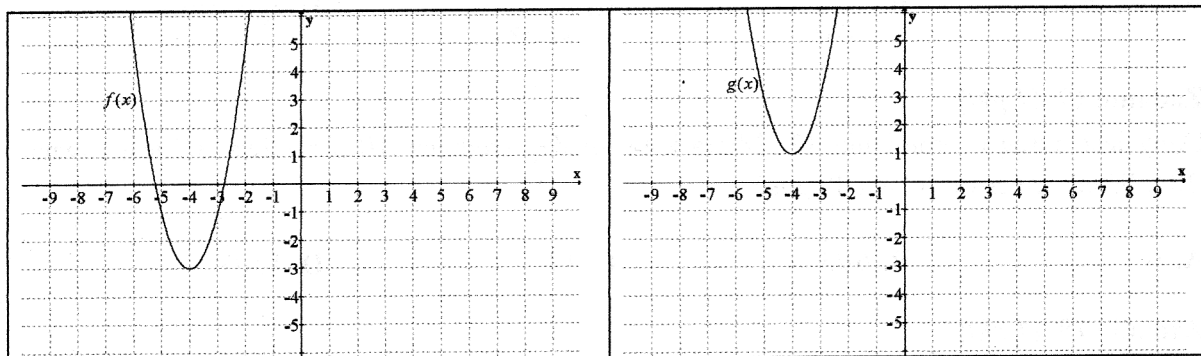
- A.  $f(x) = 2(x-3)^2$       B.  $f(x) = (2x-3)^2$       C.  $f(x) = 2x^2 - 3$       D.  $f(x) = 2(x^2 - 3)$ .

Zadanie 49.

Wykres funkcji  $f(x) = 2^x$  przesunięto wzdłuż osi  $Ox$  o 1 jednostkę w lewo otrzymując wykres funkcji:

- A.  $g(x) = 2^x - 1$       B.  $g(x) = 2^{x-1}$       C.  $g(x) = 2^x + 1$       D.  $g(x) = 2^{x+1}$ .

W zadaniach 50. i 51. wykorzystaj przedstawione poniżej wykresy funkcji  $f$  i  $g$ .



Zadanie 50.

Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest;

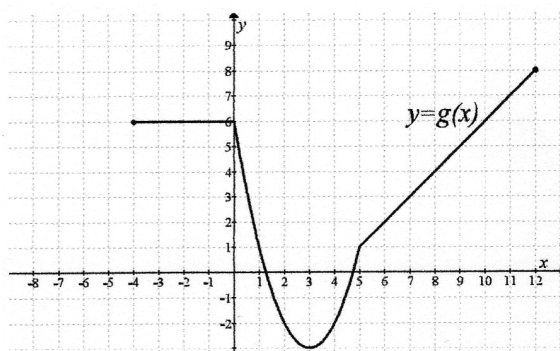
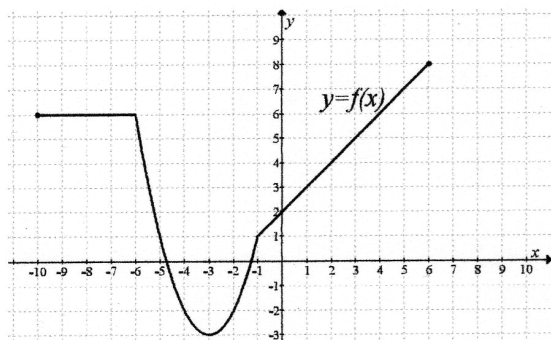
- A.  $\langle -7; -1 \rangle$       B.  $\langle -4; +\infty \rangle$       C.  $\langle -3; +\infty \rangle$       D.  $\langle -\infty; 0 \rangle$ .

Zadanie 51.

Wykres funkcji  $g(x)$  otrzymujemy przesuwając wykres funkcji  $f(x)$  wzdłuż osi  $Oy$ . Wykres funkcji  $g$  określony jest wzorem:

- A.  $g(x) = f(x-4)$       B.  $g(x) = f(x)-4$       C.  $g(x) = f(x+4)$       D.  $g(x) = f(x)+4$ .

W zadaniach 52. i 53. wykorzystaj przedstawione poniżej wykresy funkcji  $f$  i  $g$ .



Zadanie 52.

Zbiorem wartości funkcji  $f$  jest:

- A.  $\langle -10; 6 \rangle$       B.  $\langle -4; 12 \rangle$       C.  $\langle -3; 6 \rangle$       D.  $\langle -3; 8 \rangle$ .

Zadanie 53.

Funkcja  $g$  określona jest wzorem:

- A.  $g(x) = f(x)-6$       B.  $g(x) = f(x)+6$       C.  $g(x) = f(x-6)$       D.  $g(x) = f(x+6)$ .

Zadanie 54.

Funkcja  $f$  przyporządkowuje każdej liczbie naturalnej liczbę jej dzielników będących liczbami naturalnymi. Wobec tego  $f(150)$  jest równe:

- A. 11      B. 12      C. 13      D. 10.

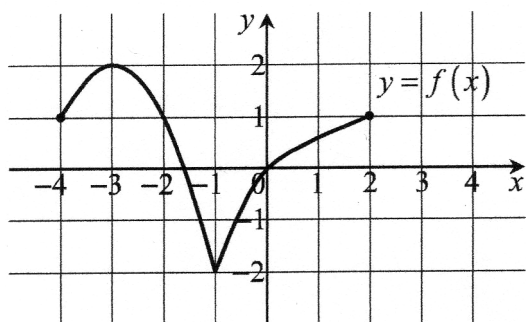
Zadanie 55.

Miejscem zerowym funkcji  $y = \frac{2}{x-3} + 4$  jest:

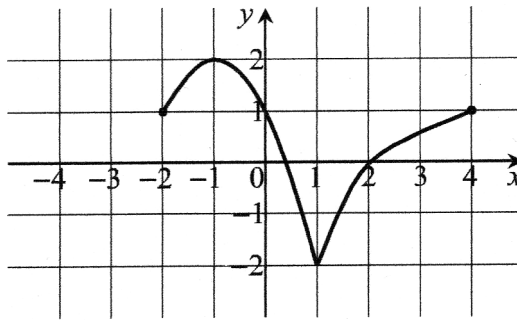
- A. 3      B. 2      C. 2,5      D. -3.

Zadanie 56.

Na rysunku 1. jest przedstawiony wykres funkcji określonej wzorem  $y = f(x)$ . Funkcja, której wykres jest przedstawiony na rysunku 2. ma wzór postaci:



Rys.1

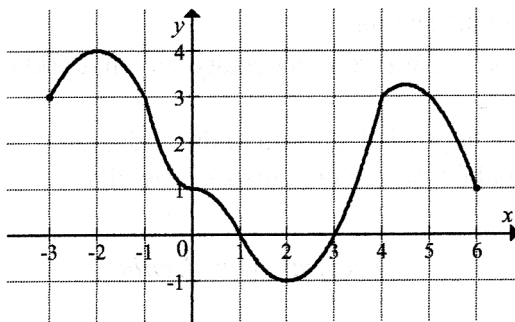


Rys. 2

- A.  $y = f(x+2)$     B.  $y = f(x)+2$     C.  $y = f(x-2)$     D.  $y = f(x)-2$ .

Zadanie 57.

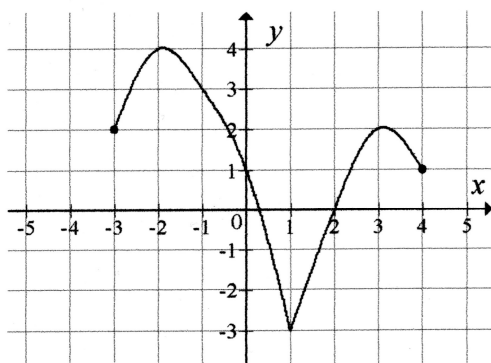
Zbiorem wartości funkcji przedstawionej na rysunku jest przedział:



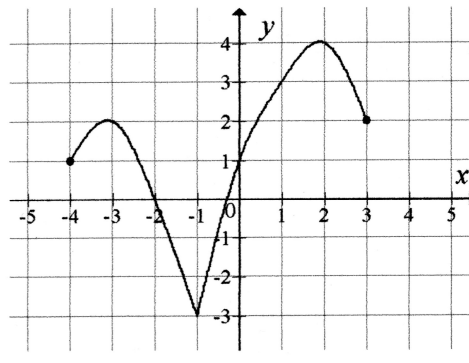
- A.  $\langle -3;6 \rangle$     B.  $\langle -1;4 \rangle$     C.  $(1;3)$     D.  $(-2;2)$ .

Zadanie 58.

Na rysunku 1 przedstawiono wykres funkcji wzorem  $y = f(x)$ .



Rys.1



Rys.2

Wskaż wzór funkcji, której wykres przedstawiono na rysunku 2.

- A.  $y = f(x-2)$     B.  $y = f(x+2)$     C.  $y = -f(x)$     D.  $y = f(-x)$ .

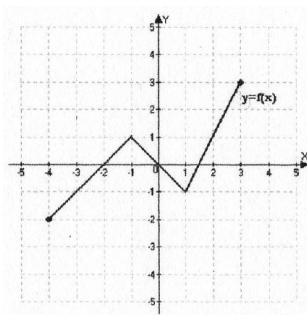
Zadanie 59.

Dla jakiego argumentu funkcja  $f(x) = \frac{2x+1}{x-\frac{2}{3}}$  przyjmuje wartość 3?

- A. -2    B. 2    C. 3    D. 0.

Zadanie 60.

Na rysunku przedstawiony jest wykres funkcji  $y = f(x)$ . Dla jakich argumentów funkcja  $g(x) = f(x+3)$  jest rosnąca?



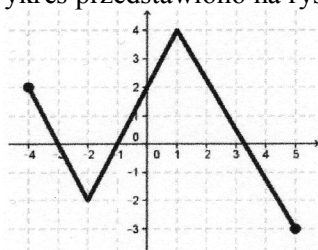
Zadanie 61.

Liczbą, która **nie** należy do zbioru wartości funkcji  $f(x) = \frac{2}{x-5} + 10$  jest:

- A. 0                      B. 5                      C. -5                      D. 10.

Zadanie 62.

Zbiorem wartości funkcji, której wykres przedstawiono na rysunku obok jest przedział:



- A.  $\langle -4; 5 \rangle$                       B.  $\langle -3; 4 \rangle$                       C.  $\langle -2; 4 \rangle$                       D.  $\langle -3; 2 \rangle$ .

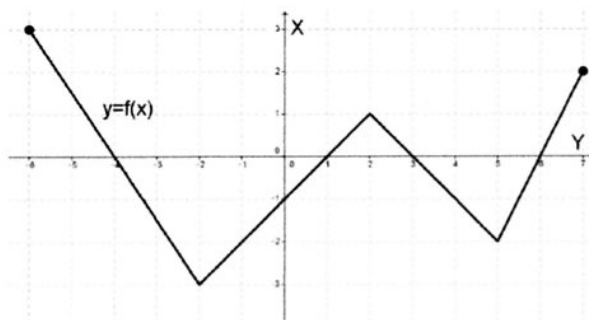
Zadanie 63.

Dziedzina funkcji  $f(x) = \frac{x^2 - 16}{(x-2)(x+4)}$  jest zbiór:

- A.  $R \setminus \{-2, 4\}$                       B.  $R \setminus \{2, -4\}$                       C.  $R \setminus \{-4, 4\}$                       D.  $R \setminus \{2\}$ .

Zadanie 64.

Na rysunku przedstawiony jest wykres pewnej funkcji  $y = f(x)$ . Przyjmuje ona wartości niedodatnie dla argumentów:



- A.  $x \in (-4; 1) \cup (3; 6)$                       B.  $x \in \langle -4; 1 \rangle \cup \langle 3; 6 \rangle$   
C.  $x \in \langle -6; -4 \rangle \cup (1; 3) \cup (6; 7)$                       D.  $x \in (-4; 6)$ .

Zadanie 65.

Początek układu współrzędnych należy do wykresu funkcji:

- A.  $f(x) = \frac{3}{x}$                       B.  $f(x) = 3x^2 - 3$                       C.  $f(x) = 3x^3 - 3x$                       D.  $f(x) = 3^x - 3$ .

