

ODPOWIEDZI

1. Zbiory liczbowe. Wartość bezwzględna. Przybliżenia

Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Odpowiedź	D	B	C	D	C	B	A	C	C	A	B	A	D	C	B
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28		
	B	C	A	A	B	A	D	A	D	B	D	B	A		

Zadania krótkiej odpowiedzi

- 29 uczniów
- 0,05 $\frac{1}{65}$
- a) $P = 6$ b) $P = 5,78$, zatem $b_w = \frac{11}{300}$
- 12,5%
- 0,2
- obwód o 20%, pole o 36%
- a) 12,5% b) około 11,1%
- o 56%
- 12,5%
- o 1005 zł
- $\frac{142}{45}$
- $c > a > d > b$
- np. $x = 1\frac{15}{22}$, $y = 4,5\sqrt{2} - 2$
- np. liczba wymierna 1,5; liczba niewymierna $\sqrt{2} + 0,001$
- Wskazówka:* Przeprowadź dowód nie wprost. Załóż, że liczba $4\sqrt{19} - 5$ jest wymierna, i doprowadź do sprzeczności z założeniem, że liczba $\sqrt{19}$ jest niewymierna.
- np. $2 - \sqrt{2}$, $2 + \sqrt{2}$
- $a > b$
- Wskazówka:* Wykaż, że dana liczba jest równa 2.
- Wskazówka:* Sprowadź ułamki do wspólnego mianownika i wykonaj odejmowanie.
- $a = -\sqrt{3}$
- $a = \frac{-\sqrt{5}}{3}$
- 19,8
- $2x - 7$

- $x = 3$ lub $x = 13$
- $a = 4$, $x = 2$
- $a = -1,9$ $b = 4,1$
- $k = 2$

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

- $n = 11$ lub $n = 22$
- $a^2 + b^2 = 13$
- $A \cup B = \{10, 15, 17, 20, 24, 25, 30, 31, 35, 38, 40, 45\}$,
 $A \cap B = \{10, 45\}$, $A - B = \{17, 24, 31, 38\}$,
 $B - A = \{15, 20, 25, 30, 35, 40\}$
- (12, 1) (6, 2) (4, 3)
- 21 i 231 oraz 147 i 105
- a) $K = \langle -4,5; 7,5 \rangle$ $L = \langle -1,5; 10,5 \rangle$ b) $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- $m \in (3, 5)$
- a) $\{0, 6, 12, 18, 24, 28\}$
- a) o 0,5% b) o 30%
- a) 3 p.p. b) o 12,5% c) o ok. 14,29%
- a) 41,(6)% b) 62,5%
- 3,25kg 15,75 kg
- o 12,30%
- 5,28 kg tłuszczu

2. Wyrażenia algebraiczne

Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Odpowiedź	A	D	B	C	D	C	D	A	C	B	B	A	B	B	A	D
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
	C	C	A	D	B	D	C	B	B	A	B	D	C	D	D	A

Zadania krótkiej odpowiedzi

- $\frac{17}{52}$
- 9
- 0,5
- 2
- $\frac{1}{8^2}$
- $x = -11$

7. $x \in (2, +\infty)$
8. $6 + 2\sqrt{7}$
9. $(2 + 2\sqrt{2})$ cm
10. *Wskazówka:* Oblicz długość boku trójkąta równobocznego, następnie przybliż tę długość, np. do 0,01, przyjmując, że $\sqrt{3} \approx 1,74$.
11. *Wskazówka:* Z podanej sumy wyłącz przed nawias 6^{18} .
12. *Wskazówka:* Usuń niewymierność z mianownika każdego ułamka.
13. *Wskazówka:* Zastosuj wzór skróconego mnożenia na kwadrat sumy dwóch wyrażeń.
14. *Wskazówka:* Zauważ, że lewa strona równości jest kwadratem sumy dwóch wyrażeń.
15. $b - \frac{1}{2}a$
16. $\frac{2}{3}$
17. $x = -\frac{1}{9}$ lub $x = \frac{1}{9}$
18. $x = 19$ lub $x = -13$
19. $a = -7$ lub $a = -3$
20. $x(x+2); x = 1$
21. $(3x+2)(x+4); x = -\frac{2}{3}$ lub $x = -4$
22. $(x-\sqrt{2})^2(x+\sqrt{2})^2$
23. 7 i 6
24. 6, 8, 10, 12
25. *Wskazówka:* Kolejne liczby nieparzyste można zapisać następująco: $2k+1$ i $2k+3$, gdzie $k \in \mathbb{C}$. Rozważ wyrażenie: $(2k+3)^2 - (2k+1)^2$.
26. *Wskazówka:* Rozłóż wyrażenie $a^3 - a$ na czynniki liniowe.
27. 3,6
28. 3094 zł
29. 15,86%

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

1. $-0,25a^2 - 4ab + 1; 1, 19$
2. *Wskazówka:* Zastosuj wzory skróconego mnożenia: na sumę sześcianów i na sześcian różnicy.
3. a) $x \in (-1, +\infty)$ b) np. $-0,5\sqrt{2}$
4. $x \in \left(\frac{5}{18}, +\infty\right)$ a) 2 b) np. $\frac{2}{3}$
5. 2
6. 2
8. $Obw = 40; P = 60$
9. 2, 3, 3 lub 4, 3, 3.
10. $a^{33}, 2^{33} > 7^{11}$

11. *Wskazówka:* Przekształć lewą stronę równości, stosując definicję potęgi o wykładniku całkowitym oraz wzór skróconego mnożenia na kwadrat różnicy.
12. $6 - 4\sqrt{2}$
13. (4, 16)
14. (1, 5), (5, 1)
15. pierwsza ciężarówka, $v_1 = 45$ km/h, $v_{II} = 44\frac{4}{9}$ km/h

3. Własności funkcji. Funkcja liniowaZadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Odpowiedź	B	B	C	A	D	A	C	D	C	D	D	A	B	A	D	D
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
	D	B	A	C	C	D	C	B	C	D	A	C	D	B	D	A
	33	34	35	36	37	38	39									
	D	A	C	D	D	B	A									

Zadania krótkiej odpowiedzi

1. $D = (5; 7,5) \cup (7,5; +\infty)$
2. $D = \{2\}$
3. $D = (6; +\infty)$
4. $k = 6$
5. $ZW = \{-5; 0; 3; 4; -12\}$
6. $ZW = (0; 2)$
7. $ZW = (4 - 2\sqrt{2}; 4\sqrt{2} - 2)$
8. *Wskazówka:* Wyznacz zbiór wartości funkcji f .
9. $x \in \{-3, 0, 2\}$
10. *Wskazówka:* $\sqrt{3} + 2 > 3$.
12. $f(x) = \begin{cases} \frac{5}{4}x & \text{dla } x \leq 4 \\ -\frac{5}{2}x + 15 & \text{dla } x > 4 \end{cases}$
13. -1
14. (-1; 0), (7; 0)
15. $m = 3$
16. $k = 9$
17. Funkcja g jest rosnąca w przedziałach $\langle -6; -3 \rangle, \langle 1; 4 \rangle$; malejąca w przedziale $\langle -3; 1 \rangle$.
18. $-1 + \sqrt{2}; -2; -3 - \sqrt{2}$
19. $-\frac{1}{5}$

20. $f\left(\frac{13}{3\sqrt{3}-1}\right) = 1$
21. $a \in \left(\frac{4}{3}, +\infty\right)$ i $b = \frac{8}{3}$
22. $P = 2\sqrt{2}$
23. $y = x - 5$
24. $3\sqrt{10} + 5$
25. $x = 5$
26. $x = -0,75$
27. $x < -2\sqrt{3} - 4$
28. 0, 1, 2
29. iloczyn -28

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

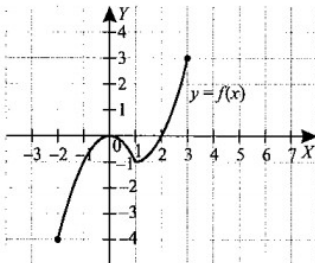
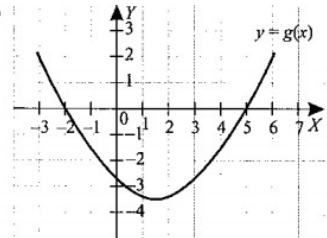
1. a) $n = 18, f(18) = 4$ b) $ZW = \{0, 1, 4, 9, 6, 5\}$ c) 11 miejsc zerowych
2. b) $ZW = (-4; +\infty)$ c) dwa rozwiązania
3. $D = (-7; 3), -3$
4. a) $g(x) = -0,5\sqrt{2}x + 2$ b) $P = 4 + 2\sqrt{2}$
5. a) $a = -1,5$ $x_{0y} = -6, x_{0g} = 4$ b) $P = 20$
6. $f(x) = -\sqrt{3}x + 6, g(x) = \frac{1}{3}\sqrt{3}x + 2$
7. a) $x = 1$ b) $m = -2, A(0; -3)$
8. a) $k = -2$ b) $\left(1\frac{2}{3}; 3\frac{2}{3}\right)$
9. 375
10. 541, 642, 743, 844, 945
11. a) $f(x) = \begin{cases} 10+2x & \text{dla } 0 \leq x \leq 30 \\ 22+1,6x & \text{dla } x > 30 \end{cases}$ $g(x) = 16 + 1,7x$ dla $x \geq 0$
 b) trasy krótsze niż 20 km lub dłuższe niż 60 km
12. $y = 60 - 0,08x, x \in (0, 750)$ b) 40,8 l
13. a) $a = \frac{5}{9}$ $b = -\frac{160}{9}$ b) $-40^\circ\text{C} = -40^\circ\text{F}$

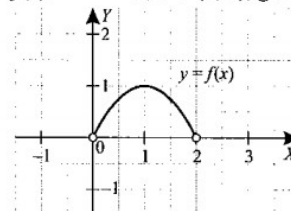
4. Funkcja kwadratowa

Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Odpowiedź	C	A	D	C	B	C	D	A	B	B	A	C	B	B	D
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26				
	C	A	D	C	D	B	D	D	B	B	C				

Zadania krótkiej odpowiedzi

1. 
2. *Wskazówka:* Wyznacz a , np. korzystając z tego, że $f(2) = 0$.
3. $m = -3, p = -9, x_1 = -3, x_2 = 9$
4. $x \in (-2, 1)$
5. $f(x) = -0,5x^2 + 10x - 48$
6. $b = 4, c = -12$
7. $x \in \{-3, 0\}$
8. $x \in (1, 4)$
9. $m \in (-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
10. $f(x) = -2x^2 + x - 2, f(1 - \sqrt{2}) = -7 + 3\sqrt{2}$
11. a) 
 b) $h(125) = f(5) = 0$ i $h(118) = f(-2) = 0$, więc $h(125) = h(118)$.
12. $a = -4, b = -6$
13. *Wskazówka:* Jedynym miejscem zerowym funkcji f jest liczba (-5) .
14. $f(-10) = -70$
15. *Wskazówka:* Miejscami zerowymi funkcji f są liczby: (-1) i 3 .
16. $f(x) = -x^2 + 2x, x \in (0, 2)$, gdzie x – długość boku prostokąta [m]



17. $3 - 2x$

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

1. $f(x) = -2(x+4)^2$; $f(x) = -8$ dla $x \in \{-6, -2\}$
2. a) $f(x) = 0,5x^2 + 6x + 16$ b) $x \in (-\infty, -11) \cup (-1, +\infty)$
3. $f(x) = -x^2 - 4x + 12$; $x_1 = -5, x_2 = 3$
4. a) $k = 0$; $f(x) = x^2 - 0,25$; $-\frac{1}{2}$ oraz $\frac{1}{2}$ b) dla $k \in \mathbf{R}$, $\Delta = (3k-1)^2 \geq 0$; $k = \frac{1}{3}$ c) $(-1, +\infty)$
5. a) -4 b) $-\frac{2}{9}$ c) postać iloczynowa: $f(x) = -\frac{2}{9}(x+7)(x+1)$,
postać ogólna: $f(x) = -\frac{2}{9}x^2 - 1\frac{7}{9}x - 1\frac{5}{9}$ d) $(0, -1\frac{5}{9})$ e) $h(-8) = f(-1) = 0$
6. a) $W(-1, 9)$ b) $g(x) = -x^2 - 2x + 8$ c) -4 oraz 2 d) symetria względem osi OX
7. 120 cm^2
8. 82
10. a) $P(x) = 2x^2 - 10x + 24,75$; $x \in (0, 4\frac{1}{2})$
b) *Wskazówka*: Wykaż, że funkcja P przyjmuje najmniejszą wartość wtedy, gdy bok kwadratu ma długość $2,5$ dm. Wymiary prostokątnej ramki: 2 dm, 3 dm.
11. a) $P(x) = -2x^2 + 100x$, $x \in (0, 50)$
12. Pole powierzchni całkowitej prostopadłościanu można opisać wzorem $P(x) = -26x^2 + 64x$, gdzie x – długość krótszej krawędzi w podstawie prostopadłościanu [dm] i $x \in (0, 2)$.
Wymiary prostopadłościanu o największym polu powierzchni całkowitej: $1\frac{3}{13}$ dm,
 $3\frac{9}{13}$ dm, $3\frac{1}{13}$ dm.

5. Wielomiany. Proporcjonalność odwrotna. Funkcja wykładniczaZadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Odpowiedź	A	C	B	B	B	B	A	A	D	C	B	A	C	C	C
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25					
	A	D	A	C	D	B	B	D	A	C					

Zadania krótkiej odpowiedzi

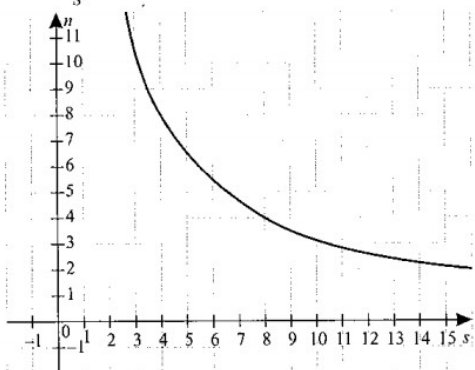
1. $a = -3$ lub $a = 3$
2. $W(x) = (2x-3)(2x-4)(2x+4)$
3. $\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}$
4. *Wskazówka*: Oblicz $W(1-\sqrt{3})$.
5. $x \in \left\{-3, \frac{1}{2}, 3\right\}$

6. $x \in \{0, 2\}$
7. $x \in \{-1, 3\}$
8. $m \in \left\{-4, 2\frac{1}{2}\right\}$
9. $f(x) = 4^x$, $x \in \left(-\infty, -\frac{1}{2}\right)$
10. $f(x) = \frac{5}{x}$, $x \neq 0$
11. $x \in \left(1, 2\frac{1}{2}\right)$
12. $2x + 3$
13. $k = -2,8$
14. *Wskazówka*: Wyznacz pierwszą współrzędną punktu A , następnie oblicz długość odcinków AB i BC .
15. *Wskazówka*: Wykaż, że równanie $\frac{3}{x} = kx$ dla $k < 0$ nie ma rozwiązań.
16. 8
17. $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$; $-1,25$
18. $x = -2$
19. $x \in (-\infty, -3) \cup (-1, +\infty)$
20. 2
21. a) $(0, 12)$ b) $x \in (-\infty, 2)$
22. *Wskazówka*: $g(x) = f(-x)$.
23. Należy.

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

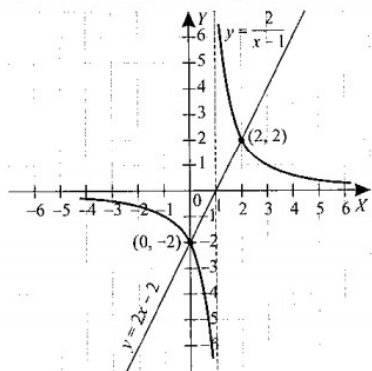
1. a) $W(x) = x^3 \cdot (x-6)$ lub $W(x) = x(x^3 - 6x^2)$ b) $0, 6$
2. $x \in \left\{-1, \frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$; 1
3. $a = -5, b = 30$. Jest rozwiązaniem.
4. a) $a = 3$ i $b = -4$ lub $a = -4$ i $b = 3$
b) dla $a = 3$ i $b = -4$: $x \in \{-3, -2, 2\}$; dla $a = -4$ i $b = 3$: $x \in \{4\}$
5. $k \in (-\infty, -5) \cup \left(-5, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \cup \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, 1\right) \cup (1, +\infty)$
6. a) $a = 3$ i $b = -1$ b) $-2, \frac{1}{3}, 3$

7. $n(s) = \frac{32}{s}, s > 0$



8. a) $k = -3$ b) -5 c) $-7 - 3\sqrt{3}$ d) $x \in (-\infty, -3) \cup (-2, +\infty)$

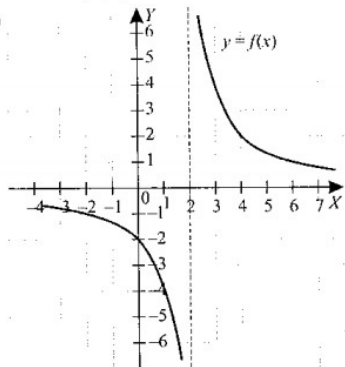
9.



Rozwiązaniem układu równań są dwie pary liczb: $(0, 2)$ oraz $(2, 2)$.

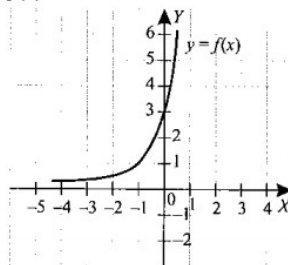
10. a) $g(x) = \frac{3x+14}{x+4}$ b) $R = \{-4\}$ c) $\left(0, 3\frac{1}{2}\right)$ d) $x \in \left(-4\frac{2}{3}, -4\right)$

11. a)

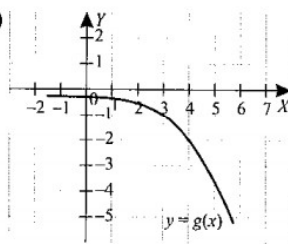


b) $x \in (-\infty, 1) \cup (3, +\infty)$

12. 45 km/h
 13. 12 lokatorów, 320 zł
 14. pierwszy kran – 6 minut, drugi kran – 12 minut
 15. 56 km/h oraz 60 km/h
 16. syn – 18 godzin, ojciec – 9 godzin
 17. Wartość wyrażenia wynosi $-\frac{1}{2}$.
 18. a) $k = -1$
 b) $f(x) = 3^{x+1}$



19. a)



b) $g(x) = -2^{x-3}$ c) $A(1, 2)$

20. a) o 12 600 zł b) 64%
 21. $x \in \{-1, 4\}$
 22. $x \in \left(-\infty, -2\frac{1}{3}\right) \cup (-2, +\infty)$

6. Ciągi liczbowe

Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Odpowiedź	B	C	D	D	D	D	A	A	D	C	D	C	D	B	D
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
	D	B	A	B	D	C	B	C	A	D	B	D	B	A	D

Zadania krótkiej odpowiedzi

- sześć
- $b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8$
- Wskazówka:* Przedstaw licznik ułamka $\frac{3n^2 + 23n - 8}{3n - 1}$ w postaci iloczynu czynników liniowych.
- $k = 15$
- $n = 314$
- Wskazówka:* Zauważ, że $a_6 + a_7 = S_7 - S_5$.
- $a_1 = 4, r = -2$
- Wskazówka:* Wykaż, że różnica $a_{n+1} - a_n$ jest stała dla dowolnej liczby naturalnej n .
- Wskazówka:* Wykaż, że między wyrazami ciągu a_1, a_2, a_3 zachodzi zależność $a_1 + a_3 = 2a_2$.
- $b_n = -2n + 7$
- 25 050
- 30
- $x = 4$
- 2^4
- $-\sqrt{5}$ lub $\sqrt{5}$
- a) $a_n = 12 \cdot 3^{n-1}$ b) czwarty
- Wskazówka:* Zapisz wyraz ogólny ciągu (a_n) w najprostszej postaci: $a_n = 33 \cdot 2^{4n}, n \in \mathbb{N}_+$, a następnie wykaż, że iloraz $\frac{a_{n+1}}{a_n}$ jest stały dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$.
- Wskazówka:* Wykaż, że między wyrazami ciągu a_1, a_2, a_3 zachodzi zależność $a_1 \cdot a_3 = a_2^2$.
- $x = 1$
- $18\frac{26}{27}$
- $n = 5$
- $x = 4, y = 21$
- Wskazówka:* Z warunków zadania wynika, że $b = \frac{a+c}{2}$ i $b^2 = a \cdot c$. Korzystając z tych warunków, zapisz równość $\left(\frac{a+c}{2}\right)^2 = a \cdot c$ i przekształć ją równoważnie do postaci $(a-c)^2 = 0$.
- Wskazówka:* Zauważ, że $b_1 = a_1, b_2 = a_1 + 2r$ i $b_3 = a_1 + 8r$. Następnie, korzystając z zależności $b_2^2 = b_1 \cdot b_3$, wykaż, że $a_1 = r$.
- 2254 zł 52 gr
- 250 000 zł
- 8%

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

- $a = 15, b = 8, c = 1$
- $x = 75$
- pierwsza rata – 100 zł, szósta rata – 400 zł, wysokość pożyczki – 3700 zł
- w 11 ratach
- 13 420 zł
- a) ciąg geometryczny o ilorazie $q = 1,2$ b) $a_4 = \frac{36}{25}, a_n = \left(\frac{6}{5}\right)^{n-1}$, gdzie $n \in \mathbb{N}_+$
- Wskazówka:* Wystarczy wykazać, że różnica $a_{n+1} - a_n$ jest stała dla każdego $n \in \mathbb{N}_+$. Przyjmijmy, że $S_0 = 0$. Zauważmy, że dla $n \in \mathbb{N}_+$ zachodzą równości:
 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ i $a_n = S_n - S_{n-1}$. Zatem:
 $a_{n+1} = [4(n+1) - (n+1)^2] - [4n - n^2] = -2n + 3$ oraz
 $a_n = (4n - n^2) - [4(n-1) - (n-1)^2] = -2n + 5$
Stąd $a_{n+1} - a_n = -2$. Zatem dla dowolnego $n \in \mathbb{N}_+$ różnica jest stała, więc ciąg (a_n) jest ciągiem arytmetycznym.
- a) $n = 9$ b) 40
- 5
- $x = 3; S_{10} = -945$
- $x \in \mathbb{N}_+ - \{1, 2, 3\}$
- a) $a_1 = \frac{1}{2}, q = \frac{1}{2}$
- $\begin{cases} x = 4 \\ y = 6 \end{cases}$ lub $\begin{cases} x = 16 \\ y = 12 \end{cases}$
 $(4, 6, 8)$ – różnica: 2
 $(16, 12, 8)$ – różnica: -4
 $(3, 6, 12)$ – iloraz: 2
 $(12, 12, 12)$ – iloraz: 1
Ciąg $(12, 12, 12)$ to ciąg arytmetyczny o różnicy 0 i geometryczny o ilorazie 1.
- $\begin{cases} a = 38 \\ b = 38 \\ c = 38 \end{cases}$ lub $\begin{cases} a = 2 \\ b = 14 \\ c = 98 \end{cases}$
- $a_n = \frac{29}{2}$, gdzie $n \in \mathbb{N}_+$, lub $a_n = 3n - 2$, gdzie $n \in \mathbb{N}_+$
- Wskazówka:* $8^2 = a \cdot c$ i $2 \log_2 b = \log_2 a + \log_2 c$.

7. Trygonometria kąta ostrego

Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Odpowiedź	B	C	B	D	D	A	C	D	D	C	B	D	A	C	B
	16	17	18	19	20	21	22								
	C	A	B	B	C	A	D								

Zadania krótkiej odpowiedzi

- 2
- $\frac{1}{64}$
- 2
- $\frac{7}{12}$
- Wskazówka: Wykaż, że wyrażenie $\operatorname{tg} \alpha + \frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} - 2$ jest nieujemne. W tym celu przedstaw to wyrażenie w postaci ułamka o mianowniku $\operatorname{tg} \alpha$. Zauważ, że licznik tego ułamka jest kwadratem pewnego wyrażenia.
- $\sin \alpha = \frac{5}{13}, \cos \alpha = \frac{12}{13}$
- Wskazówka: Wiedząc, że $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, oblicz $\sin \alpha$, a następnie $\operatorname{tg} \alpha$. Otrzymany wynik porównaj z $1\frac{1}{3}$.
- Wskazówka: Wykorzystaj wzór $\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha = 1$.
- 0
- 1
- $\alpha = 45^\circ$
- 0,48
- $2\frac{1}{6}$
- $\alpha = 30^\circ, \beta = 60^\circ$
- 120°
- $\frac{1}{8}$
- $\frac{7}{8}$
- $\frac{\sqrt{3}}{4}$

- Wskazówka: Różnicę $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha$ przedstaw w postaci $(\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)$.
- Wskazówka: Z pierwszego i trzeciego składnika sumy wyłącz przed nawias $\sin^2 \alpha$.
- Wskazówka: Zauważ, że $\operatorname{tg} \alpha \cdot \cos^2 \alpha = \sin \alpha \cdot \cos \alpha = \frac{1}{2} \sin 2\alpha$.

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

- 0,25
- a) Wskazówka: Zauważ, że $\cos \beta = \sin \alpha$. b) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
- $\frac{\sqrt{10}}{5}$
- Wartość wyrażenia wynosi 2.
- 12
- $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
- b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- Wskazówka: Wykaż najpierw, że $|\sphericalangle ACD| = |\sphericalangle DCB|$. Następnie rozważ wyrażenia $\frac{|CD|}{|AD|}$ oraz $\frac{|DB|}{|CD|}$.
- $H \approx 35$ m
- Wskazówka: Po rozwiązaniu układu równań otrzymasz $\begin{cases} x = 4 \sin \alpha \\ y = 4 \end{cases}$. Następnie uwzględnij warunek $y = 2x$.
- tak. Wskazówka: Suma w nawiasie jest równa $\frac{1}{\cos^2 \alpha}$.
- Wskazówka: Wyrażenie w nawiasie jest równe $\frac{2 \cos \alpha}{\sin^2 \alpha}$.
- $\frac{1}{2}$
- $\alpha = 45^\circ$, iloraz $q = \sqrt{2}$
- $\beta = 30^\circ$, różnica $r = 0,5$

8. Planimetria cz. 1

Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Odpowiedź	A	D	C	D	D	B	C	C	D	A	D	B	B	C	A	B
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	
	B	C	A	C	D	B	B	D	C	C	B	C	C	B	A	

Zadania krótkiej odpowiedzi

- $c \in (2, 8)$
- 40°
- 62°
- 54°
- 6
- $4\sqrt{5}$
- $2\frac{4}{13}$
- $\frac{27\sqrt{2}}{2} \text{ cm}^2$
- $\frac{4}{3}\pi \text{ cm}$
- $1,5\sqrt{3}$
- $36\pi \text{ cm}^2$
- 1 : 9
- $18\sqrt{2}$
- $4\sqrt{3}$
- $5\sqrt{3} \text{ cm}$
- 40°
- $\frac{2}{3}$
- $6(3 + \sqrt{2} + \sqrt{3}) \text{ cm}$
- 50°
- 6 cm
- 2
- Wskazówka:* Zastosuj cechę (bkb) przystawiania trójkątów.
- Wskazówka:* Wykaż, że trójkąty MAC i MBD są przystające.
- Wskazówka:* Wykaż, że $|\sphericalangle CEF| = |\sphericalangle CFE|$.
- Wskazówka:* Wykaż, że $|\sphericalangle NMB| = |\sphericalangle NBM|$. Zastosuj twierdzenie o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą.
- Wskazówka:* Trójkąt BDC jest równoramienny (kąty przy podstawie ma równe); suma miar kątów DBC i ABC jest równa 180° .
- Wskazówka:* Zauważ, że trójkąty DMC i SBM są podobne. Wyraż długości boków trójkąta SBM w zależności od odpowiednich boków trójkąta DMC i skali podobieństwa k .
- Wskazówka:* Trójkąty KAC i ALB są prostokątne i równoramienne.
- Wskazówka:* Wykaż najpierw, że $|CD| = \sqrt{3}|AD|$ i $|AC| = 2|AD|$.
- Wskazówka:* Pole trójkąta ABC jest równe sumie pól trójkątów ABP , BCP i CAP .

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

- a) 60° b) $4\sqrt{7}$
- $6\sqrt{3}$
- $\frac{5}{12}$ i 2,4
- $\sin|\sphericalangle ADC| = \frac{24}{25}$
- 2
- $3,5\sqrt{3} \text{ cm}$
- Wskazówka:* Wykaż najpierw, że $|\sphericalangle LKE| = |\sphericalangle KLF|$, a następnie udowodnij, że $\triangle KLF \equiv \triangle LKE$ (cecha bkb).
- b) 60 cm^2 c) 20 cm d) $18\frac{1}{8} \text{ cm}$
- $3\sqrt{7}$
- Wskazówka:* Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta EFC . Wyznacz skalę podobieństwa stosując twierdzenie o stosunku pól trójkątów podobnych.
- a) 48 cm^2 b) 9π
- 0,48
- $12(3\sqrt{3} - \pi)$
- a) *Wskazówka:* Zastosuj twierdzenie o kątach wpisanych opartych na tym samym łuku.
b) $1\frac{1}{9} \text{ cm}^2$
- 4,25
- Wskazówka:* Zauważ, że $|EB| = 2|BF|$ i $|\sphericalangle EBF| = 60^\circ$.
- Wskazówka:* Oznacz kąty przy podstawie trójkąta równoramiennego CDA przez α , a w trójkącie równoramiennym ECB przez β . Następnie zastosuj twierdzenie o sumie kątów w trójkącie CDE .
- $3\frac{1}{3} \text{ cm}$
- Wskazówka:* Wykaż najpierw, że trójkąt NMC jest podobny do trójkąta ABC w skali $\frac{k}{k+1}$.

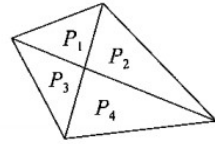
9. Planimetria, cz. 2Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Odpowiedź	C	B	C	B	D	D	B	A	C	B	D	A	C	C	C
	16	17	18	19	20	21	22	23							
	A	A	C	D	B	A	C	D							

Zadania krótkiej odpowiedzi

1. 60. *Wskazówka:* Jeśli P_1, P_2, P_3, P_4 oznaczają pola trójkątów, na jakie przekątne dzielą czworokąt (patrz rysunek obok),

$$\text{to } \frac{P_1}{P_2} = \frac{P_3}{P_4} \text{ (dlaczego?).}$$



2. *Wskazówka:* Poprowadź odcinki AP, BP, CP, DP i zauważ, że np. $P_{AEP} = P_{EBP}$.
3. 900°
4. 38,8 cm
5. $18\sqrt{3}$
6. *Wskazówka:* Jeśli oznaczysz bok kwadratu przez a , to $|EB| = |EP| = (\sqrt{2} - 1)a$,
 $|PB| = \sqrt{2}|EB| = (2 - \sqrt{2})a$, $|PC| = (\sqrt{2} - 1)a$.
7. 3 ha
8. $k = \frac{2}{3}$ $P = 24 \text{ cm}^2$
9. $|AB| = |DC| = 2\sqrt{5}$ $|AD| = |BC| = \sqrt{5}$
10. 135,2 cm
11. $50\sqrt{3}$
12. 60°
13. $h_1 = 2 \text{ cm}$, $h_2 = 4 \text{ cm}$
14. *Wskazówka:* Rozważ długości odcinków wyznaczonych przez wierzchołki równoległoboku i punkty styczności okręgow z bokami.
15. *Wskazówka:* Przekątna trapezu (którego dotyczy zadanie) dzieli go na dwa trójkąty, z których jeden jest równoramienny, ma zatem równe kąty przy podstawie. Zastosuj twierdzenie o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą.
16. *Wskazówka:* Zastosuj twierdzenie o dwóch prostych równoległych przeciętych trzecią prostą i twierdzenie o sumie kątów w czworokącie.
17. *Wskazówka:* W trapezie $ABCD$ ($AB \parallel CD$, $|AB| > |CD|$) niech E oznacza środek ramienia BC . Poprowadź prostą DE , która przetnie prostą AB w punkcie F . Wykaż, że $\triangle BFE \cong \triangle CDE$, następnie zastosuj twierdzenie o odcinku łączącym środki boków w trójkącie AFD .
18. *Wskazówka:* Wykorzystaj zadanie 17.
19. 15 cm
20. 12 cm, 8 cm

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

1. $d = 12\sqrt{2} \text{ cm}$ $P = 144 \text{ cm}^2$
2. tak
3. 30°
4. $Obw = 16\sqrt{2} \text{ cm}$, $P = 12\sqrt{2} \text{ cm}^2$
5. $2\sqrt{205} \text{ cm}$

6. a) 8 cm b) 17 cm
7. 25
8. a) 9 cm b) 108 cm^2 c) nie, bo $\text{tg } \alpha > \frac{3}{4} > \frac{\sqrt{3}}{3}$
9. *Wskazówka:* Oblicz miary kątów czworokąta.
10. *Wskazówka:* Jeśli oznaczysz $|AE|$ przez x , $|AB|$ – przez y , to pole równoległoboku $ABCD$ jest równe xy , a pole trapezu $ABDE$ jest równe $\frac{(x+y)x}{2}$.
11. a) 2,4 cm i 3,6 cm b) $14,4 \text{ cm}^2$
12. 24,5 cm, 3,5 cm

10. Geometria analitycznaZadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Odpowiedź	D	D	B	A	B	D	B	C	A	C	D	C	A	C	B	A	C
	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	
	D	A	B	D	B	A	B	C	C	D	B	A	B	B	B	A	

Zadania krótkiej odpowiedzi

1. $y = -4x + 2\sqrt{2}$
2. tak
3. *Wskazówka:* Wykaż, że $|CA| = |CB|$ i $|DA| = |DB|$.
4. $y = -1,25x$
5. $y = 0,75x - 5$
6. $2x + 3y - 6 = 0$
7. $y = -2x - 1$
8. $m = 1$
9. 4
10. 5
11. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
12. 13
13. $\sqrt{26}$
14. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 25$
15. *Wskazówka:* Wyznacz środek odcinka AB .
16. *Wskazówka:* Wykaż, że punkty P, Q należą do okręgu i środek odcinka PQ jest środkiem okręgu.
17. Okręgi są styczne zewnętrznie.
18. $\sqrt{15}$
19. $\frac{1}{3}\sqrt{15}$

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

- a) $\bar{x} = \frac{17}{6}$ b) $M_e = 3$ c) $\sigma = \frac{2\sqrt{5}}{3} \approx 1,491$
- a) $\bar{x} = 1,85$ $M_e = 2$ b) 65% c) 0,35
- $\frac{1}{36}$
- a) na 4 sposoby b) na 7 sposobów c) na 3 sposoby
- a) $\frac{1}{6^5}$ b) $\frac{1}{6^4}$ c) $\frac{5}{54}$ d) $\frac{5}{6^5}$
- a) 1 b) 0,05 c) 0,1 d) $\frac{1}{3}$ e) $\frac{4}{15}$
- a) $\frac{3}{28}$ b) $\frac{15}{28}$
- $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{7}{9}$, $P(C) = \frac{5}{9}$
- $P(A) > P(B)$
- $P(A) = \frac{5}{18}$, $P(B) = \frac{27}{216} = \frac{1}{8}$, $|A \cap B| = 4$
- a) $\frac{26}{27}$ b) $\frac{20}{27}$
- $\frac{14}{45}$
- $P(A) = \frac{1}{2}$ $P(B) = \frac{1}{3}$ $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ $P(B - A) = \frac{1}{6}$
- a) 0,1 b) $\frac{7}{15}$ c) $\frac{1}{6}$ d) $\frac{2}{3}$
- $\frac{399}{9800}$
- a) $\frac{7}{12}$ b) 36 uczniów (15 chłopców i 21 dziewcząt)
- 4 zielone klocki
- co najmniej 6 wioślarzy
- 15 gruszek
- 9 kul białych

12. Stereometria

Zadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Odpowiedź	C	A	C	B	C	C	D	C	A	D	D	C	B	B	D	B
	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
	A	C	B	D	A	B	B	B	C	D	D	A	D	B	C	A

Zadania krótkiej odpowiedzi

- Wskazówka:* Uzależnij od jednej niewiadomej długość krawędzi podstawy, przekątnej podstawy i przekątnej graniastosłupa.
- 60°. *Wskazówka:* Wykaż, że opisany w zadaniu graniastosłup jest sześcianem.
- $8\frac{1}{3}$ cm
- 48 cm³
- Wskazówka:* Zauważ, że trójkąt DBC_1 jest równoramienny.
- 2 cm. *Wskazówka:* Krótsza przekątna tworzy z jedną z krawędzi podstawy kąt prosty.
- 750 cm³
- Wskazówka:* Zapisz omówione w zadaniu pola w zależności od długości podstawy i wysokości graniastosłupa.
5. *Wskazówka:* Liczba przekątnych graniastosłupa, w zależności od n liczby wierzchołków w jednej podstawie, jest równa $n \cdot (n - 3)$.
- 45°
- Wskazówka:* Ostrosłup prosty ma krawędzie boczne równej długości. Wykaż, że ściany boczne są trójkątami przystającymi.
- 12
- $\sqrt{6}$
12. *Wskazówka:* Spodek wysokości ostrosłupa prostego jest środkiem okręgu opisanego na podstawie.
- Wskazówka:* Krawędź AC jest dwa razy dłuższa od wysokości DC i dwa razy dłuższa od wysokości podstawy poprowadzonej z wierzchołka C .
- 8
- 6
- Wskazówka:* Wyznacz objętość kuli w zależności od d oraz objętość walca w zależności od H i d i porównaj te wielkości.
- 6 cm. *Wskazówka:* Objętość kuli jest równa objętości wypartej wody.
- ok. 28 cm
- $P_c = 50(1 + 2\sqrt{3})$ cm²
- Wskazówka:* Zapisz objętość walca w zależności od promienia r kuli.
- $V = \frac{324}{\pi}$ cm³
- 30°
- 5
- 4
- Wskazówka:* Wyznacz zależność między promieniem podstawy i tworzącą stożka. Powierzchnia boczna stożka po rozwinięciu jest wycinkiem koła.
- $3\frac{1}{3}$

20. 9

21. $C(\sqrt{3}; 12)$ lub $C(\sqrt{3}; -12)$ 22. *Wskazówka:* Wykaż, że kąt przy wierzchołku B jest prosty.23. *Wskazówka:* Wykaż, że kąt przy wierzchołku C jest prosty.24. $y = x - 2$ 25. *Wskazówka:* Oblicz długości boków trójkąta ABC .26. $Obw = 8\sqrt{3}$ 27. $(x - 1)^2 + y^2 = 10$ 28. *Wskazówka:* Na przykład wykaż, że $AB \parallel CD$ i $BC \parallel AD$.29. $C(3; 2)$ Zadania rozszerzonej odpowiedzi1. $C(1; 1)$. *Wskazówka:* Punkt C leży na symetralnej odcinka AB .2. $0,5\sqrt{17}$ 3. $a = 4$ lub $a = -0,8$ 4. $C(0; \sqrt{2} - 2)$ lub $C(0; \sqrt{2} + 2)$ 5. $A(3 - 2\sqrt{3}; 1)$, $B(3 + 2\sqrt{3}; 1)$, $C(3; 7)$ 6. a) $B(2; -2)$ b) $P = 15$ 7. a) $B(-3; -2)$, $D(6; -1)$ c) $P = 16$ 8. a) $C(1; -2)$ b) $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 34$ 9. $P = 30$, $Obw = 3\sqrt{10} + 4\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$ 10. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 20$ 11. $B(0; -2)$, $D(-2; 4)$, $P = 20$ 12. $C_1(0; 3)$ i $D_1(-3; 1)$ lub $C_2(4; -3)$ i $D_2(1; -5)$ 13. b) $P(3,6; 1,2)$, $|AP| = 2\sqrt{10}$ 14. a) $C(6; 5)$ 15. $B(3; -3)$, $C(8; 2)$, $D(1; 3)$ 16. a) $A(-1; 0)$ b) $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4,5$ 17. b) $y = 2x + 2$ 18. a) 5 b) $1,5\sqrt{10}$ 19. *Wskazówka:* Wykaż, że $KL \parallel MN$ i $KN \perp NM$.20. $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 = 25$ 21. $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 4$ lub $(x + 10)^2 + (y - 10)^2 = 100$ 22. $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 25$ lub $(x - 2)^2 + (y - 5)^2 = 25$ 23. $C(4; 5)$ 24. $C(-1; 4)$ lub $C(3; -4)$ 25. $P = 18$ 26. $k = -2$

27. nie istnieje

11. Rachunek prawdopodobieństwa i statystykaZadania testowe

Numer zadania	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Odpowiedź	A	B	A	D	C	B	C	B	C	D	C	B	B	C	B	A	D
	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32		
	C	D	D	A	B	B	A	C	B	B	D	C	C	C	D		

Zadania krótkiej odpowiedzi1. $\bar{x} = 3,125$, $\bar{x}_w = \frac{65}{18} \approx 3,61$

2. 13 lat

3. 53,5

4. j. angielski – 48%, j. niemiecki – 24%, j. francuski – 16%, j. rosyjski – 12%

5. 2,15

6. $q = 6$

7. 21 lat

8. ok. 1,57 g

9. 9

10. a) 462 b) 330

11. a) 437 b) 317

12. a) 264 b) 24

13. a) 120 b) 12

14. a) 120 b) 60

15. a) 210 b) 30

16. 0,7

17. $P(A) = 0,87$ 18. $\frac{1}{26}$ 19. $\frac{4}{13}$ 20. $\frac{1}{26}$

21. 0,3

22. $\frac{3}{8}$

23. 15

24. 720 liczb

Zadania rozszerzonej odpowiedzi

1. $\frac{20\sqrt{6}}{3} \approx 16,3$ [cm]
2. b) $Obw = 5 + \sqrt{5}$ $P = \sqrt{5}$
3. b) $\cos \alpha = \frac{5}{\sqrt{34}} \approx 0,857$ c) $\alpha \approx 31^\circ$
4. *Wskazówka:* Oznaczmy długości krawędzi prostopadłościanu przez a, b, c , gdzie $a, b, c \in N$ i niech $a < b < c$. Wówczas: $b^2 = a \cdot c$ i $8 = a \cdot b \cdot c$.
5. a) 288 b) $2\sqrt{34}$
6. a) 17 cm b) 360 cm^3
7. a) *Wskazówka:* Opisany kąt jest kątem między przekątną ściany bocznej a jej rzutem prostokątnym na sąsiednią ścianę boczną. b) 10 dm
8. a) $2\sqrt{69}$ cm
Wskazówka: $V = 900\sqrt{23} \text{ cm}^3$; $4,5 < \sqrt{23} < 5$.
9. 4
10. a) 3 dm b) $P_b = 8\sqrt{2} \text{ dm}^2$ c) $V = 3528 \text{ cm}^3$
11. $\frac{\sqrt{6}}{3}$
12. 384 cm^3
13. a) tak b) 128 cm^2 c) 0,8
14. a) $P_c = 324 \text{ cm}^2$ b) $3\sqrt{34}$ cm
Wskazówka: Wszystkie ściany boczne danego ostrosłupa są trójkątami prostokątnymi.
15. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
16. $P = 36\sqrt{2} \text{ cm}^2$
Wskazówka: Omawiana w zadaniu ściana boczna jest ścianą o największym polu powierzchni.
17. *Wskazówka:* Wykaż, że ściany boczne będące trójkątami prostokątnymi są przystające, więc trójkąt w podstawie jest równoramienny. Następnie uzależnij długość wysokości ostrosłupa i długość przyprostokątnej podstawy od długości przeciwprostokątnej trójkąta w podstawie.
18. $P_c = 12(7 + \sqrt{10} + \sqrt{17}) \text{ cm}^2$
Wskazówka: Spodek wysokości ostrosłupa jest środkiem przeciwprostokątnej trójkąta prostokątnego w podstawie.
19. $V = 320 \text{ cm}^3$
20. b) $V = 2400\sqrt{3} \text{ cm}^3$ $P_c = 1800 \text{ cm}^2$
Wskazówka: Poprowadź wysokość rombu, przechodzącą przez środek symetrii rombu oraz wysokość odpowiedniej ściany bocznej (wysokość rombu nie jest równa długości krawędzi podstawy!).

21. $V = 3515,2 \text{ cm}^3$
Wskazówka: Odcinek, który wyznacza odległość spodka wysokości od krawędzi bocznej, jest prostopadły do tej krawędzi.
22. $P_b = 166\frac{2}{3} \text{ cm}^2$
Wskazówka: Odcinek, który wyznacza odległość spodka wysokości od ściany bocznej, jest prostopadły do wysokości ściany bocznej, poprowadzonej z wierzchołka ostrosłupa.
23. $\frac{\sqrt{3}}{3}$
24. $300\sqrt{3} \text{ cm}^2$
25. $V_1 : V_2 = 15 : 8$
26. $P_c = 24\pi$ $V = 12\pi$
27. *Wskazówka:* Wykaż, że kąty ostre danego trójkąta mają odpowiednio 30° i 60° .
28. $V = 1200\pi \text{ cm}^3$ $P_c = 420\pi \text{ cm}^2$
29. $90\pi \text{ cm}^3$
30. $V = 4500\pi \text{ cm}^3$ $P = 900\pi \text{ cm}^2$
31. $V = 96\pi \text{ cm}^3$ $P_c = 96\pi \text{ cm}^2$
32. $V = 31,25\pi \text{ cm}^3$ $P_c = 37,5\pi \text{ cm}^2$