

Trójkąt w zadaniach maturalnych

Zadanie 1.

Długości boków trójkąta są liczbami całkowitymi. Jeden bok ma 7 cm, a drugi 2 cm. Trzeci bok tego trójkąta może mieć długość:

- A. 12 cm B. 9 cm C. 6 cm D. 3 cm.

Zadanie 2.

Boki trójkąta mają długości 20 i 12, a kąt między tymi bokami ma miarę 120° . Pole tego trójkąta jest równe:

- A. 60 B. 120 C. $60\sqrt{3}$ D. $120\sqrt{3}$.

Zadanie 3.

Na trójkącie o bokach długości $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{15}$ opisano okrąg. Oblicz promień tego okręgu.

Zadanie 4.

Jeden z kątów trójkąta jest trzy razy większy od mniejszego z dwóch pozostałych kątów, które różnią się o 50° . Oblicz kąty tego trójkąta.

Zadanie 5.

Dany jest trójkąt równoramienny, w którym ramię o długości 20 tworzy z podstawą kąt $67,5^\circ$. Pole tego trójkąta jest równe:

- A. $100\sqrt{3}$ B. $100\sqrt{2}$ C. $200\sqrt{3}$ D. $200\sqrt{2}$.

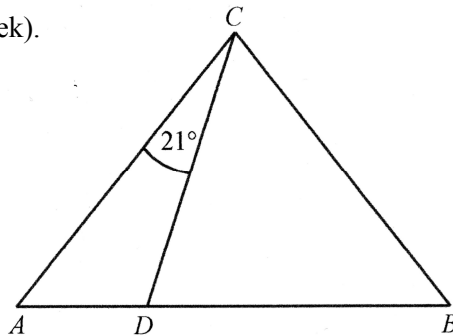
Zadanie 6.

Miary kątów wewnętrznych pewnego trójkąta pozostają w stosunku 3:4:5. Najmniejszy kąt wewnętrzny tego trójkąta ma miarę:

- A. 45° B. 90° C. 75° D. 60° .

Zadanie 7.

W trójkącie ABC , w którym $|AC|=|BC|$, na boku AB wybrano punkt D taki, że $|BD|=|CD|$ oraz $|\angle ACD|=21^\circ$ (zobacz rysunek).

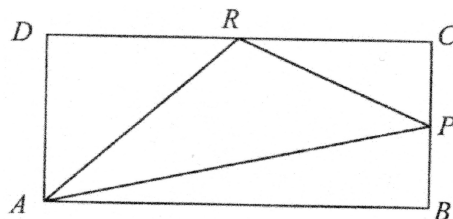


Wynika stąd, że kąt BCD ma miarę:

- A. 57° B. 53° C. 51° D. 55° .

Zadanie 8.

W prostokącie $ABCD$ punkt P jest środkiem boku BC , a punkt R jest środkiem boku CD . Wykaż, że pole trójkąta APR jest równe sumie pól trójkątów ADR oraz PCR .



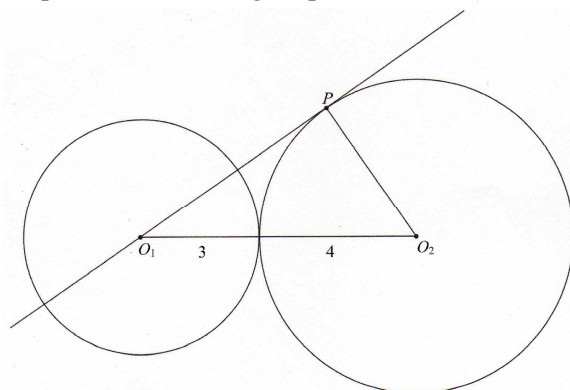
Zadanie 9.

Z odcinków o długościach: 5, $2a+1$, $a-1$ można zbudować trójkąt równoramienny. Wynika stąd, że:

- A. $a=6$ B. $a=4$ C. $a=3$ D. $a=2$.

Zadanie 10.

Okręgi o promieniach 3 i 4 są styczne zewnętrznie. Prosta styczna do okręgu o promieniu 4 w punkcie P przechodzi przez środek okręgu o promieniu 3 (zobacz rysunek).

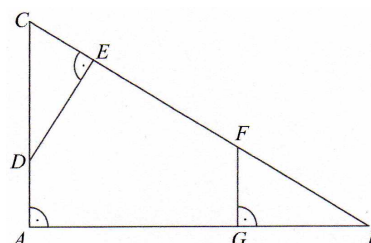


Pole trójkąta, którego wierzchołkami są środki okręgów i punkt styczności P , jest równe:

- A. 14 B. $2\sqrt{33}$ C. $4\sqrt{33}$ D. 12.

Zadanie 11.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC . Na przyprostokątnych AC i AB tego trójkąta obrano odpowiednio punkty D i G . Na przeciwprostokątnej BC wyznaczono punkty E i F takie, że $|\angle DEC| = |\angle BGF| = 90^\circ$ (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąt CDE jest podobny do trójkąta FBG .



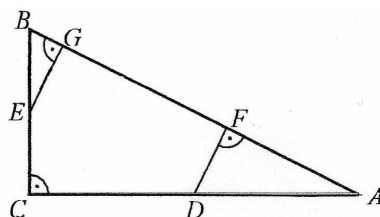
Zadanie 12.

Każde z ramion trójkąta równoramiennego ma długość 20. Kąt zawarty między ramionami tego trójkąta ma miarę 150° . Pole tego trójkąta jest równe:

- A. 100 B. 200 C. $100\sqrt{3}$ D. $100\sqrt{2}$.

Zadanie 13.

Punkty D i E są środkami przyprostokątnych AC i BC trójkąta prostokątnego ABC . Punkty F i G leżą na przeciwprostokątnej AB tak, że odcinki DF i EG są do niej prostopadłe (zobacz rysunek). Pole trójkąta BGE jest równe 1, a pole trójkąta AFD jest równe 4.



Zatem pole trójkąta ABC jest równe:

- A. 12 B. 16 C. 18 D. 20.

Zadanie 14.

Dany jest trójkąt ABC , w którym bok AB jest dwa razy dłuższy od boku AC , sinus kąta BAC jest równy $\frac{2}{3}$, a pole trójkąta jest równe 54. Oblicz długości boków AB i AC tego trójkąta.

Zadanie 15.

Ile wynosi pole trójkąta, w którym dwa boki mają długości 7 cm i 12 cm, a kąt zawarty między nimi wynosi 45° ?

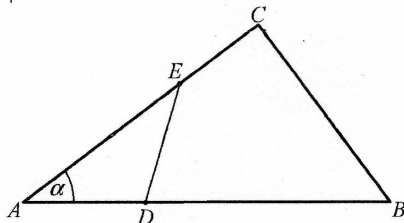
- A. $42\sqrt{2}$ cm² B. 42 cm² C. 21 cm² D. $21\sqrt{2}$ cm².

Zadanie 16.

Dany jest trójkąt prostokątny równoramienny. Wykaż, że suma długości promieni okręgów wpisanego w ten trójkąt i opisanego na tym trójkącie jest równa długości przyprostokątnej.

Zadanie 17.

W trójkącie ABC dane są długości boków $|AB|=15$ i $|AC|=12$ oraz $\cos \alpha = \frac{4}{5}$, gdzie $\alpha = \angle BAC$. Na bokach AB i AC tego trójkąta obrano punkty odpowiednio D i E takie, że $|BD|=2|AD|$ i $|AE|=2|CE|$ (zobacz rysunek).

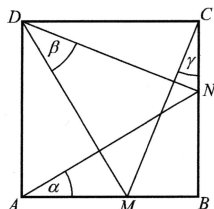


Oblicz pole

- a) trójkąta ADE .
- b) czworokąta $BCED$.

Zadanie 18.

Na boku AB kwadratu $ABCD$ leży punkt M , a na boku BC taki punkt N , że $|MB|+|BN|=|AB|$. Kąty BAN , MDN , MCB mają miary równe odpowiednio α , β , γ (zobacz rysunek). Udowodnij, że $\alpha + \beta + \gamma = 90^\circ$.



Zadanie 19.

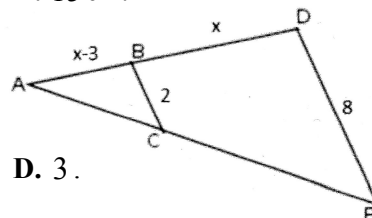
Pole trójkąta prostokątnego jest równe 54 cm^2 . Różnica długości przyprostokątnych wynosi 3 cm . Jaka długość ma przeciwprostokątna tego trójkąta?

- A. 14 cm
- B. 17 cm
- C. 16 cm
- D. 15 cm .

Zadanie 20.

Na rysunku BC i DE są równoległe oraz $|AB|=x-3$, $|BD|=x$, $|BC|=2$, $|DE|=8$. Wobec tego x jest równe:

- A. $4,5$
- B. 4
- C. $3,5$
- D. 3 .



Zadanie 21.

Na bokach AB i BC trójkąta ABC wybrano odpowiednio punkty D i E , tak że odcinki AC i DE są równoległe oraz $|DE| = \frac{1}{3}|AC|$. Wynika stąd, że:

- A. $|AD|=3|DB|$
- B. $|CB|=2|EB|$
- C. $P_{\triangle ABC} = 3P_{\triangle DBE}$
- D. $P_{\text{trapezu } ADEC} = 8P_{\triangle DBE}$.

Zadanie 22.

Boki trójkąta mają długości 8 cm i 12 cm , a miara kąta między nimi wynosi 30° . Pole tego trójkąta jest równe:

- A. 24 cm^2
- B. 48 cm^2
- C. 62 cm^2
- D. 96 cm^2 .

Zadanie 23.

Pole trójkąta równobocznego jest równe $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$. Średnica koła opisanego na tym trójkącie jest równa:

- A. $\frac{4}{3}\sqrt{3} \text{ cm}$
- B. $\frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ cm}$
- C. 6 cm
- D. $6\sqrt{3} \text{ cm}$.

Zadanie 24.

Długości przyprostokątnych trójkąta prostokątnego są równe 5 i 12 . Odległość środka przeciwprostokątnej od wierzchołka kąta prostego wynosi:

- A. 5
- B. $6,5$
- C. $8,5$
- D. $2\sqrt{15}$.

Zadanie 25.

Na przekątnej KM równoległoboku $KLMN$ zaznaczono dowolny punkt A . Udowodnij, że pola trójkątów KAL i KAN są równe.

Zadanie 26.

W trójkąt równoramienny, w którym kąt między ramionami ma miarę 120° , wpisano okrąg o promieniu 6. Oblicz pole tego trójkąta.

Zadanie 27.

Wysokość trójkąta równobocznego jest o 4 krótsza od długości boku. Długość boku trójkąta jest równa:

- A. $8(2 + \sqrt{3})$ B. $8(2 - \sqrt{3})$ C. $4\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$.

Zadanie 28.

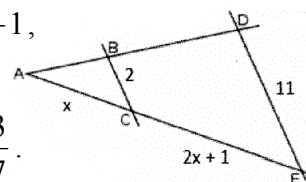
Pole trójkąta jest równe $18\sqrt{3}$, a kąt ma miarę 60° . Jeden z boków przyległych do tego kąta ma długość 12. Oznacza to, że drugi z boków przyległych do kąta 60° ma długość:

- A. 4 B. 6 C. 8 D. 10.

Zadanie 29.

Na rysunku BC i DE są równoległe oraz $|AC| = x$, $|BC| = 2$, $|CE| = 2x + 1$, $|DE| = 11$. Wobec tego x jest równe:

- A. 0,6 B. $\frac{2}{7}$ C. 0,4 D. $\frac{3}{7}$.



Zadanie 30.

Pole koła opisanego na trójkącie prostokątnym wynosi 18π . Przeciwprostokątna tego trójkąta ma długość:

- A. 9 B. 18 C. $6\sqrt{2}$ D. $3\sqrt{2}$.

Zadanie 31.

Pole trójkąta ostrokątnego o ramionach długości $4\sqrt{2}$ jest równe 8. Miara kąta przy podstawie wynosi:

- A. 30° B. 45° C. 60° D. 75° .

Zadanie 32.

Pole trójkąta ABC jest równe $40\sqrt{3}$, a długość jego najkrótszego boku wynosi 10. Trójkąt $A'B'C'$ jest podobny do trójkąta ABC i jego pole jest równe $10\sqrt{3}$. Długość najkrótszego boku trójkąta $A'B'C'$ wynosi:

- A. 2,5 B. $2,5\sqrt{3}$ C. 5 D. $5\sqrt{3}$.

Zadanie 33.

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym wynosi 36π . Długość boku tego trójkąta jest równa:

- A. 4 B. 6 C. $6\sqrt{3}$ D. $8\sqrt{3}$.

Zadanie 34.

Tangens kąta ostrego w trójkącie prostokątnym jest równy $\frac{3}{4}$, a przeciwprostokątna ma długość 30. Krótsza przyprostokątna trójkąta ma długość:

- A. 15 B. 18 C. 24 D. 26.

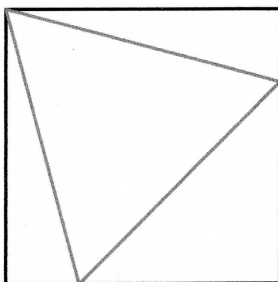
Zadanie 35.

Pole trójkąta jest równe 15. Dwa boki mają długości 10 i 6. Kąt między tymi bokami może mieć miarę:

- A. 75° B. 60° C. 45° D. 30° .

Zadanie 36.

Dany jest kwadrat o boku długości $a = 6$. W ten kwadrat wpisano trójkąt równoboczny w ten sposób, że jeden wierzchołek trójkąta jest wierzchołkiem kwadratu, a przeciwległy bok trójkąta jest równoległy do przekątnej kwadratu (patrz rysunek). Wykaż, że bok trójkąta jest równy $6(\sqrt{6} - \sqrt{2})$.



Zadanie 37.

Jeden z kątów trójkąta ma miarę 95° . Wśród pozostałych dwóch kątów tego trójkąta jeden jest cztery razy większy od drugiego. Miara najmniejszego kąta w tym trójkącie wynosi:

- A. 17° B. 19° C. 20° D. 21° .

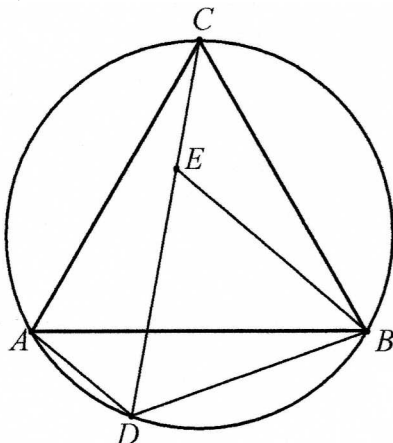
Zadanie 38.

Jedna z przyprostokątnych trójkąta prostokątnego jest równa 3, a druga przyprostokątna jest o 2 mniejsza od przeciwprostokątnej. Zatem długość przeciwprostokątnej jest równa:

- A. 5 B. 3,25 C. 5,5 D. 6.

Zadanie 39.

Trójkąt równoboczny ABC jest wpisany w okrąg. Punkt D leży na krótszym łuku AB . Punkt E leży na odcinku CD oraz $|DE| = |DB|$ (zobacz rysunek).



Udowodnij, że trójkąty BAD i BCE są przystające.

Zadanie 40.

Okrąg opisany na trójkącie równobocznym ma promień równy 6. Wysokość tego trójkąta jest równa:

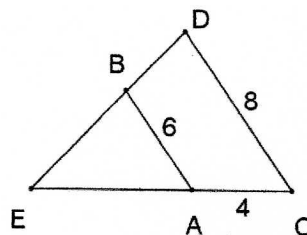
- A. $12\sqrt{3}$ B. 18 C. 9 D. $6\sqrt{3}$.

Zadanie 41.

Proste zawierające odcinki AB i CD są równoległe.

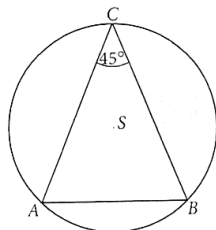
$|AB| = 6$, $|AC| = 4$, $|CD| = 8$. Zatem:

- A. $|AE| = 3$ B. $|AE| = 4$
C. $|AE| = 6$ D. $|AE| = 12$.



Zadanie 42.

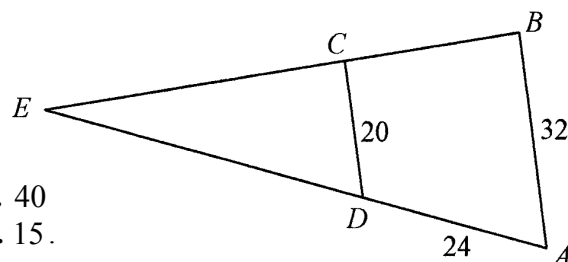
W koło o promieniu długości 4 wpisano trójkąt równoramienny, w miarę kąta między ramionami jest równa 45° . Oblicz pole figury, która powstaje w wyniku wycięcia tego trójkąta z danego koła.



Zadanie 43.

Odcinki AB i CD są równoległe. Długości odcinków AB , CD i AD są podane na rysunku. Długość odcinka DE jest równa:

- A. 44
B. 40
C. 36
D. 15.



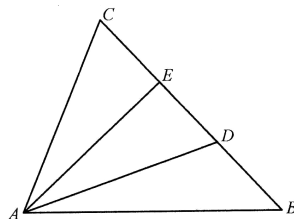
Zadanie 44.

Wysokość CD trójkąta równoramiennego ABC jest równa 8, a ramię AC ma długość 10. Podstawa AB tego trójkąta ma długość:

- A. 12
B. 6
C. $\sqrt{89}$
D. $2\sqrt{41}$.

Zadanie 45.

Punkty D i E dzielą bok BC trójkąta ABC na trzy równe części (zobacz rysunek). Wykaż, że pole trójkąta ADE jest trzy razy mniejsze od pola trójkąta ABC .



Zadanie 46.

Pole trójkąta o bokach $a = 4$ cm i $c = 5$ cm oraz kącie $\beta = 60^{\circ}$ zawartym między danymi bokami jest równe:

- A. $10\sqrt{3}$ cm²
B. 10 cm²
C. $\frac{9}{2}\sqrt{3}$ cm²
D. $5\sqrt{3}$ cm².

Zadanie 47.

Wyznacz pole trójkąta równobocznego, którego wysokość jest o 1 cm krótsza od boku trójkąta.

Zadanie 48.

W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC| = |BC| = 7$ oraz $|AB| = 12$. Wysokość opuszczona z wierzchołka C jest równa:

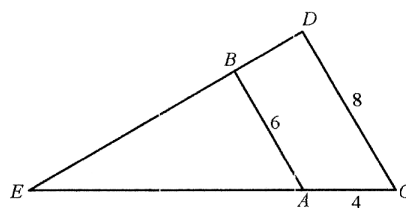
- A. $\sqrt{13}$
B. $\sqrt{5}$
C. 1
D. 5.

Zadanie 49.

Oblicz długość odcinka AE wiedząc, że $AB \parallel CD$

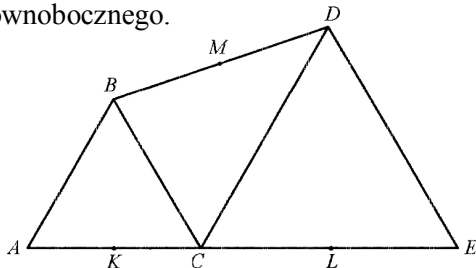
i $|AB| = 6$, $|AC| = 4$, $|CD| = 8$.

- A. $|AE| = 2$
B. $|AE| = 4$
C. $|AE| = 6$
D. $|AE| = 12$.



Zadanie 50.

Trójkąty ABC i CDE są równoboczne. Punkty A , C i E leżą na jednej prostej. Punkty K , L i M są środkami odcinków AC , CE i BD (zobacz rysunek). Wykaż, że punkty K , L i M są wierzchołkami trójkąta równobocznego.



Zadanie 51.

Pole trójkąta prostokątnego jest równe 60 cm^2 . Jedna przyprostokątna jest o 7 cm dłuższa od drugiej. Oblicz długość przeciwprostokątnej tego trójkąta.

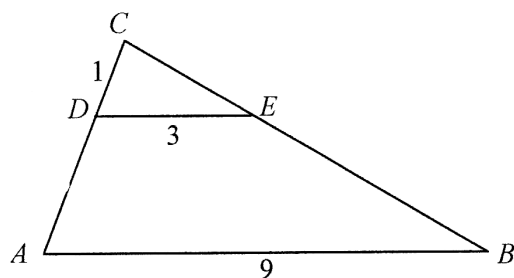
Zadanie 52.

Podstawa trójkąta równoramiennego ma długość 6 , a ramię ma długość 5 . Wysokość opuszczona na podstawę ma długość:

- A. 3 B. 4 C. $\sqrt{34}$ D. $\sqrt{61}$.

Zadanie 53.

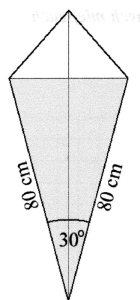
Odcinki AB i DE są równoległe. Długości odcinków CD , DE i AB są odpowiednio równe 1 , 3 i 9 . Długość odcinka AD jest równa:



- A. 2 B. 3 C. 5 D. 6.

Zadanie 54.

Latawiec ma wymiary podane na rysunku. Powierzchnia zacięniowanego trójkąta jest równa:



- A. 3200 cm^2 B. 6400 cm^2 C. 1600 cm^2 D. 800 cm^2 .

Zadanie 55.

Okrąg opisany na trójkącie równobocznym ma promień 12 . Wysokość tego trójkąta jest równa:

- A. 18 B. 20 C. 22 D. 24.

Zadanie 56.

W trójkącie ABC poprowadzono dwusieczne kątów A i B . Dwusieczne te przecinają się w punkcie P . Uzasadnij, że kąt APB jest rozwarty.

Zadanie 57.

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego jest dłuższa od jednej przyprostokątnej o 1 cm i od drugiej przyprostokątnej o 32 cm . Oblicz długości boków tego trójkąta.

Zadanie 58.

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 6 i 8. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy:

- A. 14 B. 8 C. 6 D. 5.

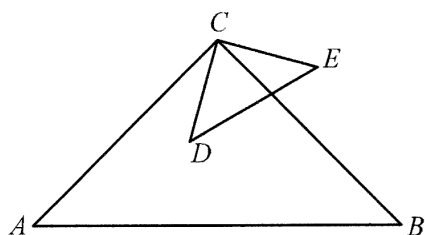
Zadanie 59.

Pionowy słupek o wysokości 90 cm rzuca cień o długości 60 cm. W tej samej chwili stojąca obok wieża rzuca cień o długości 12 m. Jaka jest wysokość wieży?

- A. 18 m B. 8 m C. 9 m D. 16 m.

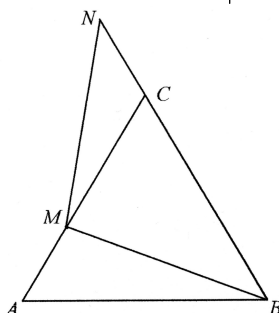
Zadanie 60.

Trójkąty prostokątne równoramienne ABC i CDE są położone tak, jak na poniższym rysunku (w obu trójkątach kąt przy wierzchołku C jest prosty). Wykaż, że $|AD| = |BE|$.



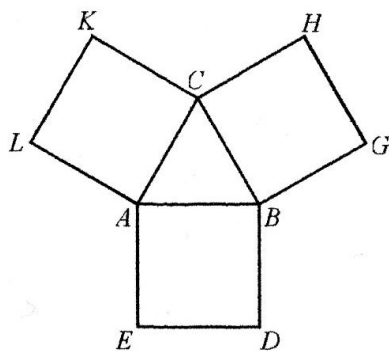
Zadanie 61.

Trójkąt ABC przedstawiony na poniższy rysunku jest równoboczny, a punkty B, C, N są współliniowe. Na boku AC wybrano punkt M tak, że $|AM| = |CN|$. Wykaż, że $|BM| = |MN|$.



Zadanie 62.

Na bokach trójkąta równobocznego ABC (na zewnątrz tego trójkąta) zbudowano kwadraty $ABDE, CBGH$ i $ACKL$. Udowodnij, że trójkąt KGE jest równoboczny.



Zadanie 63.

Jeżeli wysokość trójkąta równobocznego wynosi 2, to długość jego boku jest równa:

- A. $2\sqrt{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $4\sqrt{3}$ D. 6.

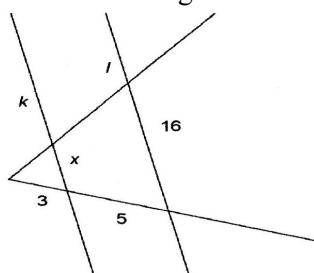
Zadanie 64.

Jeden kąt trójkąta ma miarę 54° . Z pozostałych dwóch kątów tego trójkąta jeden jest 6 razy większy od drugiego. Miary pozostałych kątów są równe:

- A. 21° i 105° B. 11° i 66° C. 18° i 108° D. 16° i 96° .

Zadanie 65.

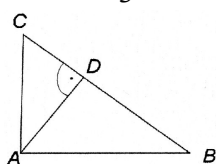
Proste k i l są równoległe. Odcinek x ma długość:



- A. 9,6 B. 2 C. 6 D. 1,5.

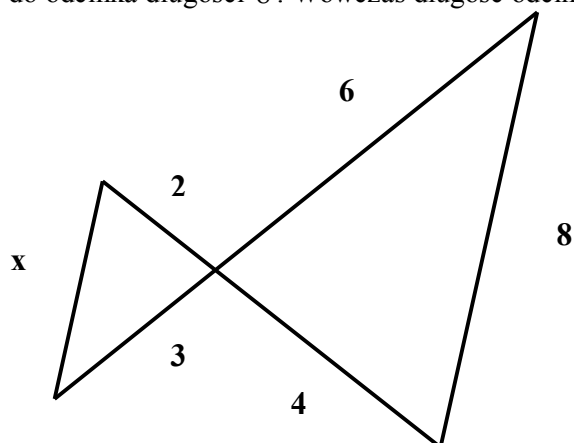
Zadanie 66.

Trójkąt ABC jest prostokątny. Punkt D jest spodkiem wysokości opuszczonej na przeciwprostokątną BC oraz $|DC| = \frac{1}{3}|BD|$ (patrz rysunek). Wykaż, że $|\angle ABD| = 30^\circ$.



Zadanie 67.

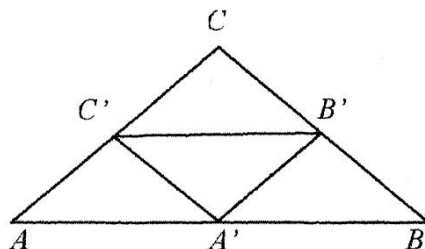
Odcinek x jest równoległy do odcinka długości 8. Wówczas długość odcinka x jest równa:



- A. 6 B. 3 C. 2 D. 4.

Zadanie 68.

Punkty A' , B' , C' są środkami boków trójkąta ABC . Pole trójkąta $A'B'C'$ jest równe 4. Oblicz pole trójkąta ABC .



Zadanie 69.

W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC| = |BC| = 5$ oraz wysokość $|CD| = 2$. Podstawa AB tego trójkąta ma długość:

- A. 6 B. $2\sqrt{21}$ C. $2\sqrt{29}$ D. 14.

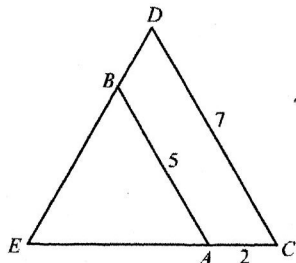
Zadanie 70.

W trójkącie prostokątnym dwa dłuższe boki mają długości 5 i 7. Obwód tego trójkąta jest równy:

- A. $16\sqrt{6}$ B. $14\sqrt{6}$ C. $12 + 4\sqrt{6}$ D. $12 + 2\sqrt{6}$.

Zadanie 71.

Odcinki AB i CD są równoległe i $|AB|=5$, $|AC|=2$, $|CD|=7$ (zobacz rysunek). Długość odcinka AE jest równa:

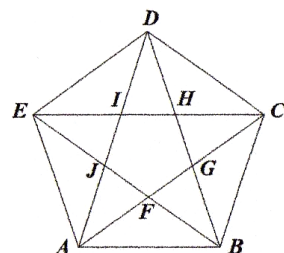


- A. $\frac{10}{7}$ B. $\frac{14}{5}$ C. 3 D. 5.

Zadanie 72.

Pięciokąt $ABCDE$ jest foremny. Wskaż trójkąt przystający do trójkąta ECD :

- A. $\triangle ABF$ B. $\triangle CAB$
C. $\triangle IHD$ D. $\triangle ABD$.



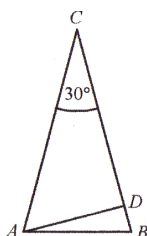
Zadanie 73.

Długość boku trójkąta równobocznego jest równa $24\sqrt{3}$. Promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy:

- A. 36 B. 18 C. 12 D. 6.

Zadanie 74.

W trójkącie równoramiennym ABC dane są $|AC|=|BC|=6$ i $|\angle ACB|=30^\circ$ (zobacz rysunek). Oblicz wysokość AD trójkąta opuszczoną z wierzchołka A na bok BC .



Zadanie 75.

Dany jest trójkąt prostokątny o przyprostokątnych 5 i 12. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy:

- A. 12 B. 8,5 C. 6,5 D. 5.

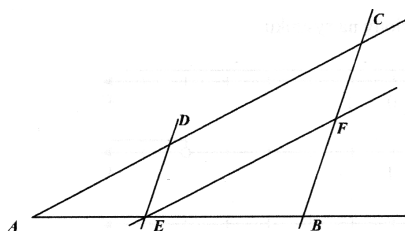
Zadanie 76.

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym o wysokości 9 jest równe:

- A. 36π B. 9π C. $18\sqrt{3}\pi$ D. 12π .

Zadanie 77.

Proste DE i CB oraz EF i AC są równoległe. Oblicz długość odcinka EB , jeżeli $|AE|=2\frac{1}{2}$, $|DE|=3$ oraz $|FB|=4$.



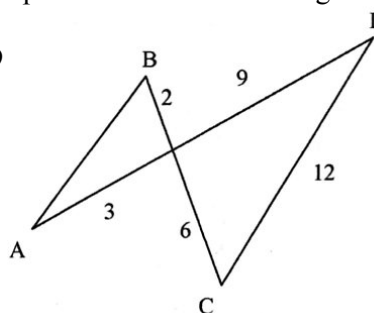
Zadanie 78.

Wykaż, że wysokość CD trójkąta prostokątnego ABC poprowadzona z wierzchołka C kąta prostego dzieli przeciwprostokątną na odcinki AD i DB , których stosunek długości jest równy stosunkowi kwadratów długości przyprostokątnych odpowiednio AC i BC tego trójkąta.

Zadanie 79.

Długość odcinka AB równoległego do odcinka CD jest równa:

- A. 6 B. 3
C. 2 D. 4.



Zadanie 80.

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym o wysokości 9, jest równe:

- A. 36π B. 9π C. $18\sqrt{3}\pi$ D. 12π .

Zadanie 81.

Na bokach trójkąta prostokątnego zbudowano trójkąty równoboczne. Wykaż, że pole figury zbudowanej na przeciwprostokątnej jest równe sumie pól figur zbudowanych na przyprostokątnych.

Zadanie 82.

Trójkąty prostokątne ABC i DEF są podobne. Przyprostokątne trójkąta ABC mają długości 5 i 12, a przeciwprostokątna trójkąta DEF ma długość 26. Wyznacz pole trójkąta DEF .

Zadanie 83.

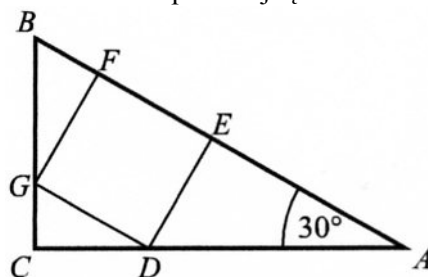
Jeżeli trójkąty ABC i $A'B'C'$ są podobne, a ich pola są, odpowiednio, równe 25 cm^2 i 50 cm^2 ,

to skala podobieństwa $\frac{A'B'}{AB}$ jest równa:

- A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\sqrt{2}$ D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Zadanie 84.

Kąt CAB trójkąta prostokątnego ACB ma miarę 30° . Pole kwadratu $DEFG$, wpisanego w ten trójkąt (zobacz rysunek), jest równe 4. Oblicz pole trójkąta ACB .



Zadanie 85.

Na trójkącie prostokątnym, którego przyprostokątne mają długości 12 i 9, opisano okrąg. Promień tego okręgu jest równy:

- A. $\sqrt{108}$ B. $\frac{15}{2}$ C. 15 D. $\frac{\sqrt{108}}{2}$.

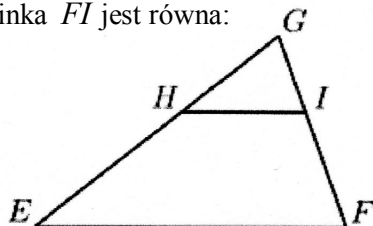
Zadanie 86.

Promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym jest równy 8. Wysokość tego trójkąta jest równa:

- A. $4\sqrt{3}$ B. $8\sqrt{3}$ C. 12 D. 6.

Zadanie 87.

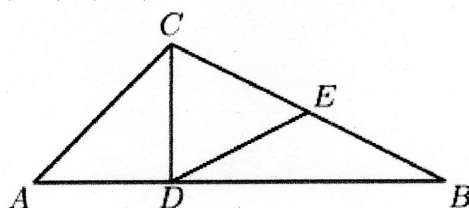
W trójkącie EFG bok EF ma długość 21. Prosta równoległa do boku EF przecina boki EG i FG trójkąta odpowiednio w punktach H oraz I (zobacz rysunek) w taki sposób, że $|HI|=7$ i $|GI|=3$. Wtedy długość odcinka FI jest równa:



- A. 6 B. 9 C. 12 D. 17.

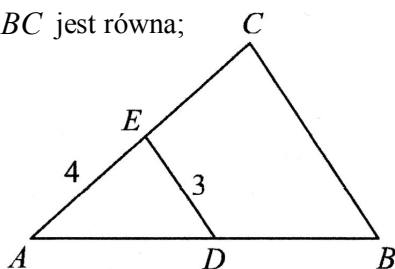
Zadanie 88.

Dany jest trójkąt ABC . Odcinek CD jest wysokością tego trójkąta, punkt E jest środkiem boku BC (tak jak na rysunku) i $|CD|=|DE|$. Udowodnij, że trójkąt CDE jest równoboczny.



Zadanie 89.

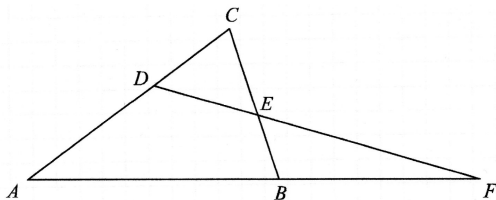
Odcinki BC i DE są równoległe i $|AE|=4$, $|DE|=3$ (zobacz rysunek). Punkt D jest środkiem odcinka AB . Długość odcinka BC jest równa;



- A. 4 B. 6 C. 8 D. 16.

Zadanie 90.

Dany jest trójkąt ABC , w którym $|AC|>|BC|$. Na bokach AC i BC tego trójkąta obrano odpowiednio takie punkty D i E , że zachodzi równość $|CD|=|CE|$. Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek). Wykaż, że $|\angle BAC|=|\angle ABC|-2\cdot|\angle AFD|$.



Zadanie 91.

Obwód trójkąta równobocznego jest równy 12. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy:

- A. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ C. $2\sqrt{3}$ D. 4.

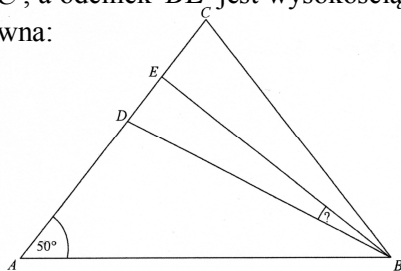
Zadanie 92.

Pole trójkąta równobocznego jest równe $36\sqrt{3}$. Promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy:

- A. $\sqrt{3}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $3\sqrt{3}$ D. $4\sqrt{3}$.

Zadanie 93.

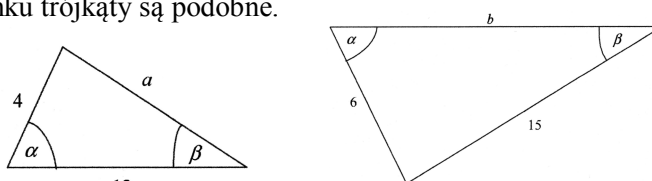
W trójkącie równoramiennym ABC spełnione są warunki $|AC|=|BC|$, $|\angle CAB|=50^\circ$. Odcinek BD jest dwusieczną kąta ABC , a odcinek BE jest wysokością opuszczoną z wierzchołka B na bok AC . Miara kąta EBD jest równa:



- A. 10° B. $12,5^\circ$ C. $13,5^\circ$ D. 15° .

Zadanie 94.

Przedstawione na rysunku trójkąty są podobne.



Wówczas:

- A. $a=13, b=17$ B. $a=10, b=18$ C. $a=9, b=19$ D. $a=11, b=13$.

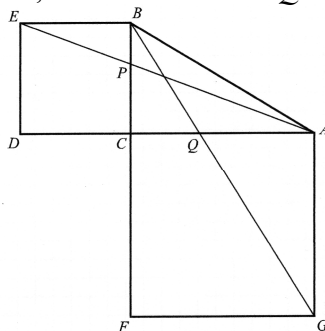
Zadanie 95.

Bok trójkąta równobocznego ma długość 8. Promień okręgu opisanego na tym trójkącie jest równy:

- A. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

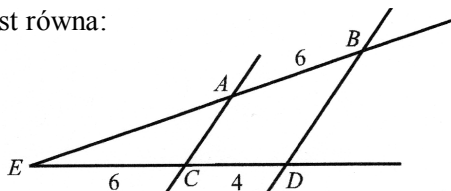
Zadanie 96.

Na przyprostokątnych BC i AC trójkąta prostokątnego ABC zbudowano na zewnątrz kwadraty $BCDE$ i $ACFG$. Prosta AE przecina bok BC w punkcie P , a prosta BG przecina bok AC w punkcie Q (patrz rysunek). Wykaż, że odcinki CP i CQ mają równą długość.



Zadanie 97.

Proste AC i BD są równoległe. Długości odcinków EC , CD oraz AB podane są na rysunku. Długość odcinka EA jest równa:



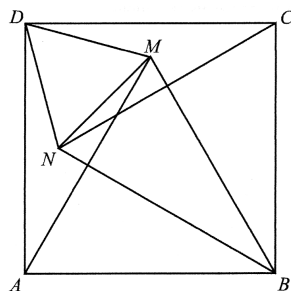
- A. 4 B. 8 C. 9 D. 10.

Zadanie 98.

Promień okręgu opisanego na trójkącie prostokątnym jest równy $2\sqrt{5}$. Jedna z przyprostokątnych tego trójkąta jest o 4 dłuższa od drugiej przyprostokątnej. Oblicz wysokość tego trójkąta opuszczoną na przeciwprostokątną.

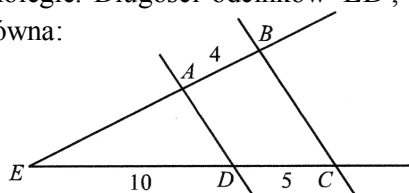
Zadanie 99.

Wewnątrz kwadratu $ABCD$ wybrano takie punkty M i N , że trójkąty ABM i BCN są równoboczne (zobacz rysunek). Udowodnij, że trójkąt DNM jest równoboczny.



Zadanie 100.

Proste AD i BC są równoległe. Długości odcinków ED , DC oraz AB podane są na rysunku. Długość odcinka EA jest równa:

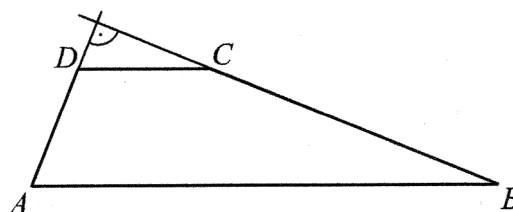


- A. 4 B. 8 C. 9 D. 10.

Zadanie 101.

Wykaż, że jeżeli ramiona AD i BC trapezu $ABCD$ o podstawach AB i CD zawierają się w prostych prostopadłych (zobacz rysunek), to

$$|AB|^2 + |CD|^2 = |AC|^2 + |BD|^2$$



Zadanie 102.

Promień okręgu opisanego na trójkącie równobocznym jest równy $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. Obwód tego trójkąta jest równy:

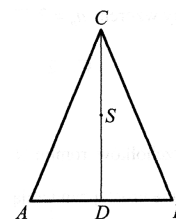
- A. 16 B. 32 C. 48 D. 64.

Zadanie 103.

Punkt S jest środkiem wysokości CD trójkąta równoramiennego ABC , w którym $|AC| = |BC| = 5$ oraz $|CD| = 4$ (zobacz rysunek).

Odległość punktu S od ramienia tego trójkąta jest równa:

- A. $\frac{6}{5}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{12}{5}$ D. $\frac{5}{2}$.



Zadanie 104.

Podstawa trójkąta równoramiennego jest równa 12. Kąt nachylenia ramienia tego trójkąta do podstawy jest równy 30° . Pole tego trójkąta jest równe:

- A. 12 B. $12\sqrt{3}$ C. $24\sqrt{3}$ D. $36\sqrt{3}$.

Zadanie 105.

Trójkąt równoramienny ABC , w którym $|AC| = |BC|$ podzielono odcinkiem CD , którego koniec D leży na boku AB , na dwa trójkąty równoramienne ADC oraz BCD tak, że $|AD| = |CD|$ oraz $|BD| = |BC|$. Oblicz miarę kąta BAC .

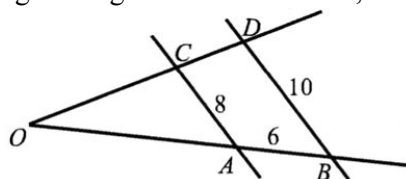
Zadanie 106.

Jeśli jeden bok trójkąta ma długość 3 a drugi 5, to długość trzeciego boku **nie** może być równa:

- A. 9 B. 7 C. 6 D. 5.

Zadanie 107.

Odcinki AC i BD są równoległe. Długości odcinków AB , AC i BD zostały podane na rysunku.

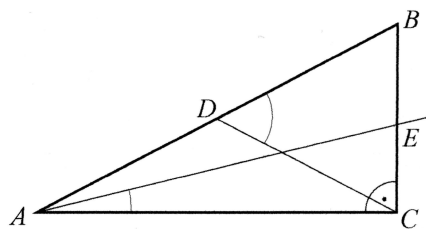


Długość odcinka OA jest równa:

- A. $4\frac{4}{5}$ B. 12 C. $13\frac{1}{3}$ D. 24.

Zadanie 108.

Dwusieczna kąta CAB trójkąta prostokątnego ABC przecina przyprostokątną BC w punkcie E . Punkt D jest środkiem przeciwprostokątnej AB tego trójkąta. Udowodnij, że $|\angle BDC| = 4|\angle EAC|$.



Zadanie 109.

W trójkącie równoramiennym o bokach długości: 5 , 5 , $5\sqrt{2}$ kąt przy podstawie ma miarę:

- A. 45^0 B. 60^0 C. 30^0 D. 90^0 .

Zadanie 110.

Dany jest trójkąt ostrokątny równoramienny ABC , w którym bok AC jest równy BC . Odcinek AD jest wysokością tego trójkąta oraz odcinek CE jest wysokością tego trójkąta. Udowodnij, że kąt DAB jest równy kątowi ECB .

Zadanie 111.

Kąt między ramionami trójkąta równoramiennego wynosi 40^0 . Miara kąta nachylenia wysokości opuszczonej na ramię tego trójkąta do jego podstawy jest równa:

- A. 40^0 B. 20^0 C. 50^0 D. 70^0 .

Zadanie 112.

W trójkącie prostokątnym ABC , w którym kąt przy wierzchołku C jest kątem prostym poprowadzono środkowe AD i BE . Udowodnij, że $\frac{4}{5}(|AD|^2 + |BE|^2) = |AB|^2$.

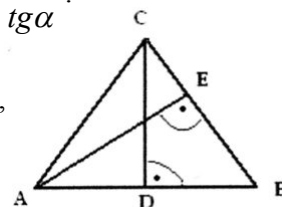
Zadanie 113.

W trójkącie równoramiennym ramię ma długość 5 , a kąt ostry przy podstawie jest równy α . Wysokość poprowadzona na podstawę trójkąta wynosi:

- A. $5 \cos \alpha$ B. $5 \operatorname{tg} \alpha$ C. $5 \sin \alpha$ D. $\frac{5}{\operatorname{tg} \alpha}$.

Zadanie 114.

Oblicz pole trójkąta równoramiennego ABC (patrz rysunek, $|AC| = |BC|$), w którym wysokość $|AE| = 8$, a długość odcinka $|BE| = 6$.



Zadanie 115.

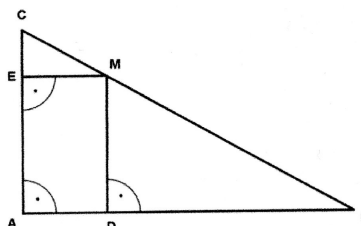
Pole trójkąta ABC jest równe 18 cm^2 . Trójkąt $A'B'C'$ jest podobny do trójkąta ABC w skali $\frac{1}{3}$.

Pole trójkąta $A'B'C'$ jest równe:

- A. 54 cm^2 B. 2 cm^2 C. 6 cm^2 D. 162 cm^2 .

Zadanie 116.

W trójkącie prostokątnym ABC punkt M leży na przeciwprostokątnej BC . Z punktu M poprowadzono odcinki DM i EM prostopadłe odpowiednio do przyprostokątnych AB i AC (zobacz rysunek). Udowodnij, że $\frac{|DM|}{|AC|} + \frac{|EM|}{|AB|} = 1$.



Zadanie 117.

Pole trójkąta, w którym wysokość jest o 3 cm dłuższa od podstawy jest równe 20 cm^2 . Wysokość trójkąta jest równa:

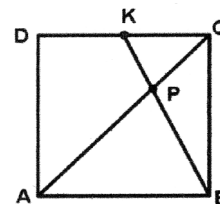
- A. 5 B. 8 C. 2 D. 11.

Zadanie 118.

Przyprostokątne trójkąta prostokątnego ABC mają długości 9 i 40. Najdłuższy bok tego trójkąta jest równy najkrótszemu bokowi trójkąta KLM podobnego do trójkąta ABC . Oblicz pole trójkąta KLM .

Zadanie 119.

Na boku DC kwadratu $ABCD$ obrano punkt K tak, że $|DK| = |KC|$ (rysunek obok). Przekątna AC kwadratu przecina odcinek BK w punkcie P . Uzasadnij, że pole trójkąta ABP jest czterokrotnie większe niż pole trójkąta KCP .



Zadanie 120.

W trójkącie ABC wysokość opuszczona z wierzchołka C dzieli kąt ACB na kąty o miarach 45° i 60° . Wiedząc, że $|AB| = 12 \text{ cm}$, oblicz pole trójkąta ABC .

Zadanie 121.

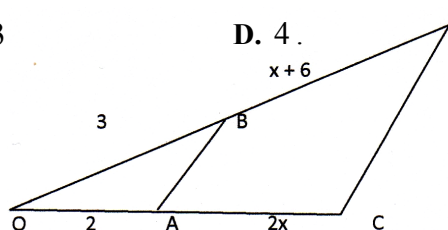
Stosunek pola koła opisanego na trójkącie równobocznym do pola koła wpisanego w ten trójkąt jest równy:

- A. $\sqrt{3}$ B. 2 C. 3 D. 4.

Zadanie 122.

Odcinki AB i CD są równoległe. Oblicz x .

- A. $x = 1$ B. $x = 3$
C. $x = 12$ D. $x = 4$.



Zadanie 123.

W trójkącie prostokątnym jedna z przyprostokątnych jest o 70% dłuższa od drugiej. Oblicz sumę tangensów kątów ostrych tego trójkąta.

Zadanie 124.

Obwód trójkąta równobocznego o polu $\sqrt{3}$ jest równy:

- A. 1 B. 3 C. 6 D. 2.

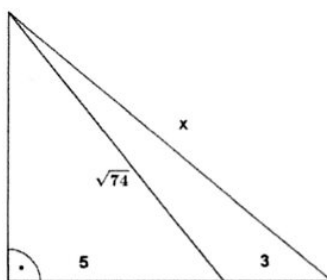
Zadanie 125.

Obwody dwóch trójkątów podobnych, których pola pozostają w stosunku 1 : 4, mogą być równe:

- A. 9 i 36 B. 18 i 36 C. 9 i 144 D. 18 i 144.

Zadanie 126.

Oblicz długość odcinka x (wykorzystaj dane na rysunku).



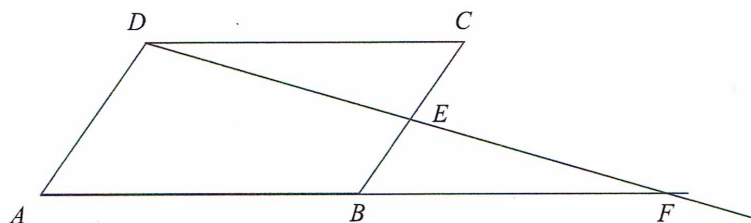
Zadanie 127.

Pole trójkąta o bokach długości 4 oraz 9 i kącie między nimi o mierze 60° jest równe:

- A. 18 B. 9 C. $18\sqrt{3}$ D. $9\sqrt{3}$.

Zadanie 128.

W równoległoboku $ABCD$ punkt E jest środkiem boku BC . Z wierzchołka D poprowadzono prostą przecinającą bok BC w punkcie E . Proste AB i DE przecinają się w punkcie F (zobacz rysunek). Wykaż, że punkt B jest środkiem odcinka AF .

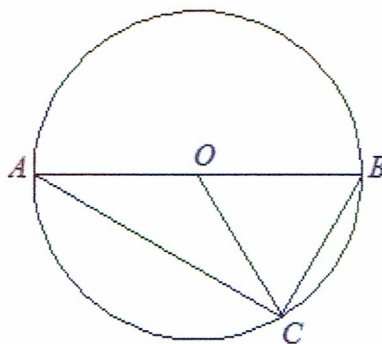


Zadanie 129.

W trójkącie prostokątnym ACB przyprostokątna AC ma długość 5, a promień okręgu wpisanego w ten trójkąt jest równy 2. Oblicz pole trójkąta ACB .

Zadanie 130.

Odcinek AB jest średnicą okręgu o środku O i promieniu r . Na tym okręgu wybrano punkt C , taki, że $|OB| = |BC|$ (zobacz rysunek).

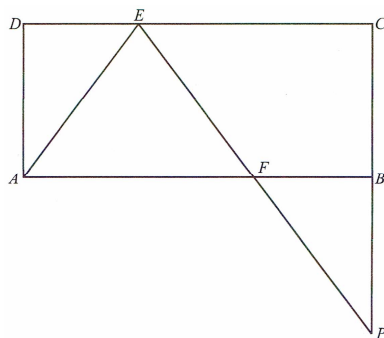


Pole trójkąta AOC jest równe:

- A. $\frac{1}{2}r^2$ B. $\frac{1}{4}r^2$ C. $\frac{\pi}{4}r^2$ D. $\frac{\sqrt{3}}{4}r^2$.

Zadanie 131.

Dany jest prostokąt $ABCD$. Na boku CD tego prostokąta wybrano taki punkt E , że $|EC| = 2|DE|$, a na boku AB wybrano taki punkt F , że $|BF| = |DE|$. Niech P oznacz punkt przecięcia prostej EF z prostą BC (zobacz rysunek). Wykaż, że trójkąty AED i FPB są przystające.



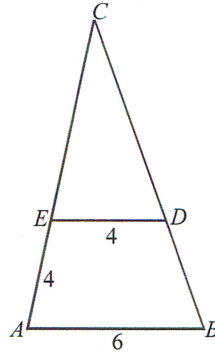
Zadanie 132.

Dany jest trójkąt o bokach długości: $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$, $4\sqrt{5}$. Trójkątem podobnym do tego trójkąta jest trójkąt, którego boki mają długości:

- A. 10, 15, 20 B. 20, 45, 80 C. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ D. $\sqrt{5}$, $2\sqrt{5}$, $3\sqrt{5}$.

Zadanie 133.

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC , a punkt E leży na boku AC . Odcinek DE jest równoległy do boku AB , a ponadto $|AE|=|DE|=4$, $|AB|=6$ (zobacz rysunek).



Odcinek CE ma długość:

- A. $\frac{16}{3}$ B. $\frac{8}{3}$ C. 8 D. 6.

Zadanie 134.

Dany jest trójkąt równoboczny, którego pole jest równe $6\sqrt{3}$. Bok tego trójkąta ma długość:

- A. $3\sqrt{2}$ B. $2\sqrt{3}$ C. $2\sqrt{6}$ D. $6\sqrt{2}$.

Zadanie 135.

Dany jest trójkąt prostokątny ABC , w którym $|\angle ACB|=90^\circ$ i $|\angle ABC|=60^\circ$. Niech D oznacza punkt wspólny wysokości poprowadzonej z wierzchołka C kąta prostego i przeciwprostokątnej AB tego trójkąta. Wykaż, że $|AD|:|DB|=3:1$.

Zadanie 136.

Trójkąt ABC jest podobny do trójkąta $A'B'C'$ w skali $\frac{5}{2}$, przy czym $|AB|=\frac{5}{2}|A'B'|$. Stosunek pola trójkąta ABC do pola trójkąta $A'B'C'$ jest równy:

- A. $\frac{4}{25}$ B. $\frac{2}{5}$ C. $\frac{5}{2}$ D. $\frac{25}{4}$.

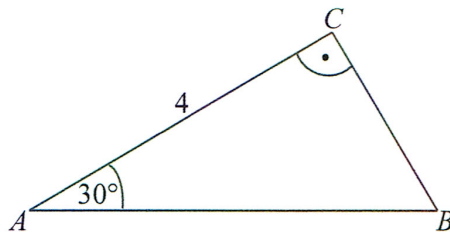
Zadanie 137.

Pole koła opisanego na trójkącie równobocznym jest równe $\frac{1}{3}\pi^3$. Długość boku tego trójkąta jest równa:

- A. $\frac{\pi}{3}$ B. π C. $\sqrt{3}\pi$ D. 3π .

Zadanie 138.

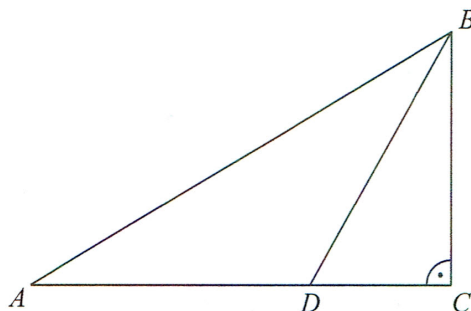
Pole trójkąta prostokątnego ABC , przedstawionego na rysunku, jest równe:



- A. $\frac{32\sqrt{3}}{6}$ B. $\frac{16\sqrt{3}}{6}$ C. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$.

Zadanie 139.

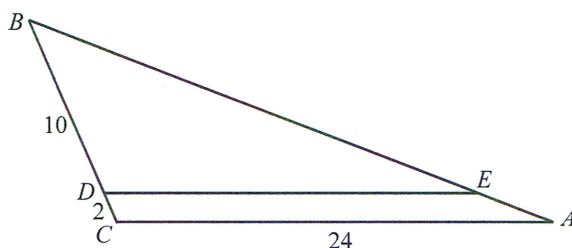
Dwusieczna kąta ostrego ABC przecina przyprostokątną AC trójkąta prostokątnego ABC w punkcie D .



Udowodnij, że jeżeli $|AD| = |BD|$, to $|CD| = \frac{1}{2} \cdot |BD|$.

Zadanie 140.

W trójkącie ABC punkt D leży na boku BC , a punkt E leży na boku AB . Odcinek DE jest równoległy do boku AC , a ponadto $|BD| = 10$, $|BC| = 12$ i $|AC| = 24$ (zobacz rysunek).



Długość odcinka DE jest równa:

A. 22

B. 20

C. 12

D. 11.

Zadanie 141.

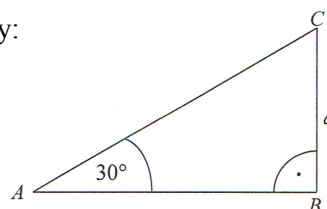
Obwód trójkąta ABC , przedstawiony na rysunku, jest równy:

A. $\left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)a$

B. $\left(2 + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)a$

C. $(3 + \sqrt{3})a$

D. $(2 + \sqrt{2})a$.



Zadanie 142.

Przeciwprostokątna trójkąta prostokątnego ma długość 26 cm, a jedna z przyprostokątnych jest o 14 cm dłuższa od drugiej. Oblicz obwód tego trójkąta.